

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS, LETRAS E ARTES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO
LINHA DE PESQUISA: ENSINO, APRENDIZAGEM E FORMAÇÃO DE
PROFESSORES**

**PRESSUPOSTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS PARA O ENSINO
DOS CONCEITOS GEOMÉTRICOS NOS ANOS INICIAIS DE
ESCOLARIZAÇÃO**

MERLY PALMA FERREIRA

**MARINGÁ
2022**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS, LETRAS E ARTES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO
LINHA DE PESQUISA: ENSINO, APRENDIZAGEM E FORMAÇÃO DE
PROFESSORES**

**PRESSUPOSTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS PARA O ENSINO
DOS CONCEITOS GEOMÉTRICOS NOS ANOS INICIAIS DE
ESCOLARIZAÇÃO**

Tese apresentada por MERLY PALMA FERREIRA, ao Programa de Pós-Graduação em Educação, da Universidade Estadual de Maringá, como um dos requisitos para a obtenção do título de Doutora em Educação. Linha de Pesquisa: Ensino, Aprendizagem e Formação de Professores.

Orientadora:
Prof^a. Dra.: SILVIA PEREIRA GONZAGA DE MORAES

MARINGÁ
2022

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá - PR, Brasil)

F383p

Ferreira, Merly Palma

Pressupostos teórico-metodológicos para o ensino dos conceitos geométricos nos anos iniciais de escolarização / Merly Palma Ferreira. -- Maringá, PR, 2022.
120 f.: il. color., tabs.

Orientadora: Profa. Dra. Sílvia Pereira Gonzaga de Moraes.
Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Humanas, Letras e Artes, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2022.

1. Teoria histórico-cultural. 2. Organização do ensino. 3. Geometria - Estudo e ensino (Ensino fundamental). 4. Polígonos. I. Moraes, Sílvia Pereira Gonzaga de, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Humanas, Letras e Artes. Programa de Pós-Graduação em Educação. III. Título.

CDD 23.ed. 372.76

MERLY PALMA FERREIRA

**PRESSUPOSTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS PARA O ENSINO
DOS CONCEITOS GEOMÉTRICOS NOS ANOS INICIAIS DE
ESCOLARIZAÇÃO**

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a. Dra. Silvia Pereira Gonzaga de Moraes (Orientadora) –
UEM

Prof.^a. Dra. Elaine Sampaio Araújo – USP – Ribeirão Preto

Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura – USP – São Paulo

Prof.^a. Dra. Luciana Figueiredo Acanalo Arrais – UEM

Prof.^a. Dra. Maria Angélica Olívio Francisco Lucas – UEM

Maringá, 26 de maio de 2022.

Dedico este trabalho aos queridos professores que lutam por uma educação humanizadora para todos, em especial, à Adilaine Bento, Maria Sueli Cavalcante e Siumara Kuhn.

AGRADECIMENTOS

A produção deste trabalho desenvolveu-se em meio ao conjunto de acontecimentos que teve seu marco com os momentos pandêmicos mais difíceis da Covid-19: seu início e ápice. Passamos por momentos de insegurança e dor, com perdas de familiares e amigos próximos. Por isso, resguardar a vida – e ser grata por ela – passou a ser prioridade e, por esse motivo, ocorreram medidas protetivas: quarentena, máscaras, isolamento... E como ficou a nossa tese nesse período? E o experimento didático que iríamos realizar?

*Quando não houver saída
Quando não houver mais solução
Ainda há de haver saída
Nenhuma ideia vale uma vida*

Nesse momento, minha gratidão à professora orientadora doutora **Silvia Pereira Gonzaga de Moraes**, que, por ser um humano efetivamente humano, demonstrou sabedoria, generosidade e competência durante esse processo formador. Conduziu, junto à banca examinadora desta tese, o redirecionamento do trabalho. Obrigada pelo olhar acurado, pelo carinho e pelo respeito aos momentos angustiantes, pelos acréscimos e perguntas que buscavam alinhar-se ao objetivo inicial. Obrigada por fazer parte da minha trajetória acadêmica e pela confiança depositada neste trabalho.

*Quando não houver esperança
Quando não restar nem ilusão
Ainda há de haver esperança
Em cada um de nós, algo de uma criança*

À banca examinadora, composta pela professora doutora **Elaine Sampaio Araujo**, inspiradora da gênese deste trabalho, leitora perspicaz, comprometida com a qualidade da pesquisa e com os motivos de aprendizagem da criança; ao professor doutor **Manoel Oriosvaldo de Moura**, pela reorganização do trabalho e discussão de conceitos essenciais sobre a Atividade Orientadora de Ensino; à professora doutora

Luciana Figueiredo Lacanallo Arrais, que, desde a minha especialização, sempre se disponibilizou em me ajudar nas pesquisas com os estudantes dos anos iniciais de escolarização, obrigada por me acompanhar nesta trajetória e pela leitura cuidadosa que deu subsídios teórico e prático a esta produção; à professora doutora **Maria Angélica Olivo Francisco Lucas**, pela leitura valiosa e contribuições na escrita deste trabalho, suas colocações enriqueceram a pesquisa e sempre me levam a pensar no desenvolvimento psíquico da criança. Grata pelo aceite de todos!

Enquanto houver sol

Enquanto houver sol

Ainda haverá

Enquanto houver sol

Enquanto houver sol

Aos meus pais, **Vera** e **Valdemar**, presentes em toda a minha jornada de vida e formação, com apoio, afeto, força e compreensão que foram fundamentais na realização deste estudo. Sou grata pelo amor e por cada momento juntos, amo vocês!

Ao meu companheiro, **Ivan**, que, com seu amor, me torna mais humana. Obrigada por sempre me acolher e apoiar nesta caminhada. Você me ensina, com suas ações, um caminho a seguir.

Às minhas amadas irmãs, **Emelly** e **Mellory**, que, mesmo distantes (fisicamente), se fazem presentes torcendo e me fortalecendo neste sonho.

Aos momentos com meu sobrinho, **Kauê**. Obrigada por trazer tanta alegria para minha vida, tornando-a mais leve! Meu esperançar.

À minha amada avó **Ana Madalena** (*in memoriam*) por cada sorriso, mimo e amor. Ao meu adorado avô **Cezário** (*in memoriam*), pelos momentos em sua presença (até o dia de conclusão deste trabalho) que se refletem em alegria, força, serenidade e na moda “Cortando estradão” de Tônico e Tinoco:

“Montado a cavalo, cortando o estradão / Assim é a vida que leva um peão / Não tenho morada, não tenho rincão / E não tenho dona no meu coração / Montar burro bravo, é

a minha paixão / Não encontro macho que jogue eu no chão / Pra jogar um laço, eu também sou dos bons / Em qualquer rodeio eu sou campeão / Ai, como é bom viver / Sozinho no mundo sem nada a pensar / O Sol vem saindo, eu já vou partindo / E, quando anoitece, estou noutro lugar”.

Às minhas tias, **Vilméia e Vilma, Sônia, Nair, Andréia e Maria** por torcerem pelo meu sucesso e felicidade. Amo vocês!

Aos meus sogros, **Valdenice e Dorival** e à **Paula** (cunhada) pelo apoio recebido.

Ao **Apolo, Max, Meg e Minie**, por acalentarem e alegrarem minha vida!

*Quando não houver caminho
Mesmo sem amor, sem direção
A sós ninguém está sozinho
É caminhando que se faz o caminho*

Às amigas do coração e companheiras de trabalho, **Adilaine, Maria Sueli e Siumara**, exemplos de pessoas e profissionais que lutam por uma educação humanizadora para todos! Obrigada pela amizade afetuosa que me acolhe e me encoraja a lutar pelo meu desenvolvimento pessoal e profissional, pelos conselhos e ensinamentos, ao lado de vocês, sou sempre aprendiz.

Aos membros do GENTEE (Grupo de Pesquisa e Ensino Trabalho Educativo e Escolarização) e da OPM (Oficina Pedagógica de Matemática), pelos momentos de leituras, estudos, reflexões e inquietações provocados em mim, especialmente, pela professora dra. **Augusta Padilha**, estudiosa do MHD (Materialismo Histórico-Dialético) e crítica suavemente implacável, e pela companheira de estudos e professora dra. **Paula Moya**, que trouxe, com seu experimento, ricas contribuições à esta tese.

À amiga e parceira de doutoramento, **Luciana Ferro**, pelas angústias compartilhadas, palavras que acalmam a alma e ombro sempre presente, gratidão!

Às amigas “da pós para vida”, **Thais** e **Talita**, pelos encontros quase que anuais, porém, revigorantes! Obrigada pelo incentivo e confiança que depositam em mim!

Quando não houver desejo

Quando não restar nem mesmo dor

Ainda há de haver desejo

Em cada um de nós, aonde Deus colocou

Aos colegas de doutorado e mestrado, **Elvenice**, **Vinícius**, **Rogério**, **Rita**, **Alessandra**, **Amanda**, **Edilson** e **Shirley**, pelas preciosas discussões no campo da educação e pelos desabafos e aflições compartilhadas durante esse processo. Mesmo diante dos desafios, em cada um de nós havia motivos para continuar essa jornada...

À **Mayara** e **Silvana**, que buscaram, de todas as formas, me fortalecer e ajudar no momento mais desafiador desta tese, jamais esquecerei os esforços prestados e a parceria que formamos. Grata por essa amizade!

À **Dóris** (*in memorian*), incentivadora inicial ao caminho da educação.

Às professoras da Escola Municipal Vereador José Ramos de Oliveira, **Sandra Maronde**, **Gislaine**, **Sandra Regina**, **Cassia**, **Adriana S.**, **Silmara**, **Juliane**, **Adriana V.**, **Glauciane**, **Daiany**, **Juliana**, **Josiane**, **Andressa**, **Andrea**, **Michele**, **Josilaine**, **Suelen**, **Eliana**, **Sirlei** e **Silvia**, em especial, às amigas **Rafaela** e **Solange**, pelo apoio e pelas ricas discussões sobre a educação pública. E como me esquecer dos cafés e almoços pedagógicos? Formam momentos de alento para continuarmos o dia. Vocês são parte da minha formação como professora do ensino fundamental, sou grata por cada momento e aprendizagem compartilhada!

À Autarquia Municipal de Educação de Apucarana, pela liberação, indispensável, para a realização do doutorado. Em especial, à diretora presidente professora **Marli Fernandes**, à superintendente pedagógica **Margarete Baldini**, à querida coordenadora **Lucelene Palogan**, **Daniele**, **Michele**, **Thaís**, **Rosana**, **Lucinéia**, **Leiliane**, **Lucimara**, **Evelyn**, **Cristiane**, **Geize**, **Rubia** e ao **Mateus**.

À **Janete**, pela injeção de ânimo que faltava na finalização deste trabalho. Grata por conhecê-la e pela amizade!

À **Élida**, grande entusiasta da educação, pelo apoio e incentivo incondicional aos estudos.

Aos professores e coordenadores do Programa de Pós-Graduação da Universidade Estadual de Maringá, especialmente, ao **Hugo**, pelo trabalho realizado com excelência!

À **Cidinha Pavan**, pela revisão deste texto.

Àqueles que, embora não nomeados, pela presença e auxílios prestados, meu reconhecimento e afetuoso muito obrigada!

Enquanto houver sol

Enquanto houver sol

Ainda haverá

Enquanto houver sol

Compositor: Sergio Affonso

Titãs: Enquanto Houver Sol

Quando a gente acha que tem todas as respostas, vem a vida e muda todas as perguntas.

Luis Fernando Verissimo

FERREIRA, Merly Palma. **PRESSUPOSTOS TEORICO-METODOLÓGICOS PARA O ENSINO DOS CONCEITOS GEOMÉTRICOS NOS ANOS INICIAIS DE ESCOLARIZAÇÃO**. 120 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Maringá. Orientadora: Silvia Pereira Gonzaga de Moraes. Maringá, 2022.

RESUMO

A presente investigação representa a continuidade da pesquisa realizada durante o curso de mestrado sobre a organização do ensino de geometria nos anos iniciais de escolarização. As análises realizadas provocaram a banca avaliadora a nos desafiar com a seguinte questão: Como organizar o ensino de modo que os estudantes se apropriem do sistema de conceitos geométricos, em especial o de polígono, com vistas à formação do pensamento teórico? Diante disso, temos como objetivo investigar a organização do ensino de geometria tendo como base o sistema de conceitos e a formação do pensamento teórico pelos estudantes dos anos iniciais de escolarização. Este estudo se justifica diante da contribuição que pode haver para a superação da falta de clareza, dos profissionais em educação, acerca das questões essenciais que envolvem a atividade pedagógica: O quê? Para quê? Para quem? E como ensinar? Em conformidade com esse entendimento, a organização do ensino com base na formação do sistema de conceitos geométricos configura-se como o objeto de estudo desta tese. Para isso, realizamos uma pesquisa bibliográfica tendo como aporte teórico e metodológico o Materialismo Histórico e Dialético, a Teoria Histórico-Cultural, a Teoria da Atividade, a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) e os pressupostos do sistema de ensino de Davíдов. De início, fizemos uma retomada dos princípios norteadores para a organização do ensino, sintetizados da Teoria Histórico-Cultural por Ferreira (2017). Em seguida, aprofundamos os estudos acerca das generalizações teóricas para a estruturação do ensino, considerando, como premissas para a formação do sistema de conceitos, as relações de comunalidade e generalidade. Dessa forma, delimitamos o estudo para o nosso objeto considerando que a relação nuclear que orienta a formação e o desenvolvimento do sistema de conceitos geométricos se refere à necessidade humana de controlar as variações das dimensões dos objetos e espaços. Para finalizar, elaboramos uma proposta didática para o ensino de geometria no 4º ano do ensino fundamental de modo a contemplar os princípios da Teoria Histórico-Cultural e os pressupostos da AOE. Os resultados obtidos revelam que a organização do ensino, mediada pela AOE, coloca em movimento as categorias do método Materialista Histórico e Dialético, na dinâmica entre: a aparência e essência do fenômeno, o empírico e teórico, o abstrato e concreto. No ensino de geometria, essas categorias se desvelam na organização do ensino que considera o sistema de conceitos, engendrados por seu movimento lógico-histórico de criação e desenvolvimento, como a via adequada para a formação das bases do pensamento teórico dos estudantes, uma vez que apresenta a unidade entre os conceitos, mediatizando o reflexo psíquico da realidade objetiva.

Palavras-chave: Teoria Histórico-Cultural; Atividade Orientadora de Ensino; Organização do Ensino; Sistema de Conceitos Geométricos; Polígono.

FERREIRA, Merly Palma. **THEORETICAL-METHODOLOGICAL ASSUMPTIONS FOR TEACHING GEOMETRIC CONCEPTS IN THE EARLY YEARS OF SCHOOLING**. 120 f. Thesis (Doctorate in Education) - State University of Maringá. Advisor: Silvia Pereira Gonzaga de Moraes. Maringá, 2022.

ABSTRACT

The present investigation represents to a continuation of the research carried out during the master's course on the organization of geometry teaching in the early years of schooling. The analysis carried out provoked the evaluation panel to challenge us with the following question: How to organize teaching so that students appropriate the system of geometric concepts, especially the polygon, with a view to the formation of theoretical thinking? Therefore, we aim to investigate the organization of geometry teaching based on the system of concepts and the formation of theoretical thinking by students in the initial years of schooling. This study is justified in view of the contribution that can be made to overcoming the lack of clarity, of professionals in education, about the essential issues that involve the pedagogical activity: What? For what? For whom? And how to teach? In accordance with this understanding, the organization of teaching based on the formation of the system of geometric concepts is configured as the object of study of this thesis. Thus, we carried out bibliographic research having as theoretical and methodological reference the Teaching Guiding Activity (AOE). In the beginning, we resumed and improved the guiding principles for the organization of teaching, as summarized in the previous research. Then, we deepen the studies on theoretical generalizations for the structuring of teaching, considering, as premises for the formation of the system of concepts, the relations of commonality and generality. Thus, we delimit the study to our object, showing that the nuclear relationship that guides the formation and development of the geometric concept system refers to the human need to control the variations in the dimensions of objects and spaces. Finally, we developed a didactic proposal for the teaching of geometry in the 4th year of elementary school in order to contemplate the principles of Historical-Cultural Theory and the assumptions of AOE. The results obtained reveal that the organization of teaching, mediated by the assumptions of the AOE, sets in motion the categories of the Historical and Dialectical Materialist method, in the dynamics between the appearance and essence of the phenomenon, the empirical and theoretical, the abstract and concrete. In the teaching of geometry, these categories are revealed with an organization that considers the system of concepts, engendered by its logical-historical movement of creation and development, the adequate way to form the bases of the theoretical thinking of the students, since it represents the unity between concepts, the mediating or psychic reflection of objective reality.

Keywords: Historical-Cultural Theory; Teaching Guiding Activity; Teaching Organization; System of Geometric Concepts; Polygon.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Síntese dos princípios para a organização do ensino de matemática.....	40
Tabela 2 - Organização da atividade de ensino: ações desenvolvidas.....	101

LISTA DE IMAGENS

Imagem 1 - Conceitos subordinados da palavra flor.....	48
Imagem 2 - Níveis de generalidade da palavra flor.....	48
Imagem 3 - Relações funcionais da consciência.....	63
Imagem 4 - Movimento lógico-histórico do controle de quantidades.....	76
Imagem 5 - Formação de linhas poligonais.....	85
Imagem 6 - Relações iniciais de comunalidade e generalidade dos conceitos geométricos.....	89
Imagem 7 - Relações iniciais de comunalidade e generalidade do conceito de polígono.....	92
Imagem 8 - Representação do canteiro no jardim da escola.....	99

LISTA DE ABREVIATURAS

- AOE** - Atividade Orientadora de Ensino
- CAPES** - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
- EF** - Ensino Fundamental
- FPS** - Funções Psíquicas Superiores
- GENTEE** - Grupo de Pesquisa e Ensino Trabalho Educativo e Escolarização
- GEPAPe** - Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Atividade Pedagógica
- LDB** - Lei de Diretrizes e Bases da Educação
- MHD** - Materialismo Histórico-Dialético
- NDR** - Nível de Desenvolvimento Real
- OPM** - Oficina Pedagógica de Matemática
- PCNs** - Parâmetros Curriculares Nacionais
- SDA** - Situação Desencadeadora de Aprendizagem
- UEM** - Universidade Estadual de Maringá
- USP** - Universidade de São Paulo
- ZDP** - Zona de Desenvolvimento Próximo

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	18
1.1 Novas questões e continuidade da pesquisa sobre o ensino de geometria	19
1.2 Objeto e objetivo	20
1.3 Tese.....	20
1.4 Justificativa.....	22
1.6 Desafios da pandemia e organização do trabalho	23
2. PRINCÍPIOS NORTEADORES PARA A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO	28
2.1 Atividade: a unidade de vida mediatizada.....	28
2.2 A atividade orientadora de ensino: base teórica e metodológica do professor e do pesquisador	35
2.3 Retomada dos princípios: em busca da relação essencial do conceito.....	39
3. AS GENERALIZAÇÕES TEÓRICAS PARA A ESTRUTURAÇÃO DO ENSINO .	46
3.1 Conceitos e sistema de conceitos	54
3.2 Relações interfuncionais da consciência	58
3.3 O lugar social da criança	67
4. O ENSINO DE GEOMETRIA	72
4.1 A relação entre as grandezas como o fundamento geral do ensino de matemática	74
4.2 A unidade essencial para a proposta de ensino de geometria.....	79
4.3 Sistema de conceitos geométricos: o controle das variações das dimensões dos objetos e espaços.....	81
5. A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO COMO ATIVIDADE: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA OS CONCEITOS GEOMÉTRICOS.....	91
5.1 O movimento de organização da atividade de ensino	97
5.2 AOE: Contribuições para a organização da proposta didática de geometria	107
6. O CAMINHO PERCORRIDO: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES	109
REFERÊNCIAS.....	114

1. INTRODUÇÃO

A presente tese originou-se a partir da nossa pesquisa de mestrado, defendida em 2017, intitulada “As bases para a organização do ensino de geometria: uma análise sobre as tarefas escolares”. Nessa pesquisa, tivemos como objetivo investigar se as tarefas do 4º ano do ensino fundamental (EF), comparadas às do 2º ano, asseguravam a apropriação dos conceitos geométricos e a formação do pensamento teórico do escolar (FERREIRA, 2017). Com a intenção de considerar o sujeito na totalidade da formação humana, nossa análise fundamentou-se nas seguintes dimensões: filosófica, com o Materialismo Histórico-Dialético; e psicológica, a partir dos estudos da Teoria Histórico-Cultural, a qual inclui a Teoria da Atividade e a dimensão pedagógica com a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) correlacionada com os pressupostos do sistema de ensino davidoviano.

Com essa fundamentação, sintetizamos princípios que nos auxiliaram na análise das tarefas de geometria do 4º ano do EF e que podem ser inseridos no modo geral da organização do ensino nos anos iniciais de escolarização para diferentes áreas de conhecimentos. Dessa forma, constatamos os limites e as possibilidades de as tarefas atuarem na zona de desenvolvimento próximo (ZDP) do estudante e, assim, darem as condições para a sua apropriação conceitual e o desenvolvimento psíquico deste.

Por meio da análise das tarefas de geometria, do estudo da teoria e dos documentos oficiais - Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) (BRASIL, 1996), Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (PARANÁ, 2003) e Currículo Municipal de uma cidade do norte do Paraná - sinalizamos os nossos pontos de partida e chegada da pesquisa sobre a organização do ensino de geometria no EF. A investigação realizada nos mencionados documentos revelou divergências quanto à forma e ao conteúdo. Embora as propostas curriculares sugiram encaminhamentos metodológicos visando à contextualização e interdependência entre os conteúdos matemáticos, sua forma de organização dificulta a articulação entre os conceitos científicos.

Verificamos, também, a repetição e ampliação dos conceitos de geometria nos diferentes anos de ensino, nesses documentos, sem uma conexão que pudesse promover o seu aprofundamento para o trabalho com os estudantes. Consideramos

que a união da relação entre ampliação e aprofundamento dos conceitos é desencadeada por meio da sua relação essencial que revela seus nexos “dinâmico-causais”. Isso posto, percebemos que os documentos manifestaram uma preocupação de ordem empírica, focando nos conceitos enquanto definições vazias de sentido para o escolar, o que não contribui, de fato, para o trabalho pedagógico envolvendo a essência dos conceitos geométricos.

Além disso, por meio da análise das tarefas de geometria, constatamos a permanência da secundarização do ensino desse eixo nos dias atuais; a influência dos currículos na organização do ensino de geometria, visto que o encaminhamento metodológico presente na maioria dos cadernos analisados se inicia com Figuras Espaciais, seguidas por Figuras Planas e se finaliza com Localização Espacial, assim como propõem os currículos analisados; e o fato de que as tarefas privilegiam a exposição direta dos conceitos e não a problematização deles.

Ainda nas tarefas de geometria presentes nos cadernos dos escolares do 4º ano do ensino fundamental, destacamos que o ensino dos conceitos geométricos – dentre eles, o de polígono – seguia, predominantemente, as orientações do livro “Ápis Matemática”, utilizado no quarto ano (DANTE, 2011)¹. Reconhecemos que mesmo o livro didático trazendo importantes elementos para a compreensão dos conceitos geométricos, a maioria das tarefas exigia, dos escolares, ações que tinham o fim nelas mesmas, uma vez que não estabeleciam relação entre esses conceitos, inviabilizando a superação dos traços empíricos do objeto de estudo e permanecendo na aparência do fenômeno.

1.1 Novas questões e continuidade da pesquisa sobre o ensino de geometria

Ao buscarmos possibilidades de superação da forma de ensino constatada por Ferreira (2017), iniciamos um estudo direcionado para a tentativa de revelarmos as

¹ Convém observar que o livro didático “Ápis matemática, 4º ano” continuou sendo utilizado nos três anos seguintes (período de vigência após a escolha do município) (DANTE, 2017). À vista disso, realizamos uma nova verificação das tarefas de geometria a fim de atualizarmos os dados para o presente trabalho. Constatamos que não houveram mudanças significativas em sua forma de organizar o ensino dos conteúdos geométricos, mantendo-se o foco, em grande parte, na empiria dos conceitos.

relações de comunalidade e generalidade² dos conceitos geométricos, em especial, o de polígono, por meio do movimento lógico-histórico³ das suas condições de origem e seu desenvolvimento. Esse sistema, fundamentado em Vigotski (2001)⁴, provocou a banca avaliadora da dissertação de mestrado a nos desafiar e continuar a investigação tendo como foco a busca por possibilidades para materializar a concepção de ensino defendida com base nessas relações entre os conceitos, integrada ao sistema de conceito do polígono. Esse desafio representa o nosso atual problema de pesquisa, sintetizado na seguinte questão: **Como organizar o ensino de modo que os estudantes se apropriem do sistema de conceitos geométricos, em especial, o de polígono, com vistas à formação do pensamento teórico?**

1.2 Objeto e objetivo

Mesmo que o nosso estudo delimite o objeto, sua organização não pode ser considerada estaticamente, mas analisando a dinâmica (movimento) como uma necessidade intrínseca que se reflete em termos históricos. Em conformidade com esse entendimento, a **organização do ensino com base na formação do sistema de conceitos geométricos** configura-se como o objeto de estudo desta tese.

Diante desse objeto, a pesquisa tem como objetivo **investigar a organização do ensino de geometria tendo como base o sistema de conceitos e a formação do pensamento teórico pelos estudantes dos anos iniciais de escolarização.**

1.3 Tese

² Os conceitos de comunalidade e generalidade serão abordados, com maior profundidade, na próxima seção.

³ “Para o marxismo, o lógico (movimento do pensamento) é o reflexo do histórico (movimento dos fenômenos da realidade objetiva). Para representar a dialética objetiva de modo pleno e profundo, as formas de pensamento devem, por si mesmas, ser dialéticas móveis, flexíveis, inter-relacionadas. A dialética estuda a relação entre as formas de pensamento, a subordinação destas no processo de movimento do conhecimento no sentido da verdade” (KOPNIN, 1978, p. 84).

⁴ Em razão das várias grafias que aparecem em português para Vigotski, optamos apenas por esta: “Vigotski”.

Partimos da tese de que **o ensino organizado considerando o sistema de conceitos engendrados por seu movimento lógico-histórico de produção e desenvolvimento possibilita a formação das bases do pensamento teórico dos escolares.**

Em decorrência da tese levantada, defendemos que **o sistema de conceitos se revela como as “[...] relações dos conceitos entre si” (VIGOTSKI, 2001, p. 2017, tradução nossa)⁵ no movimento lógico-histórico de determinado conteúdo objetal⁶, na dinâmica de sua estruturação, desenvolvimento e transformação dos fenômenos.** O sistema de conceitos apresenta uma relação dialética entrelaçado às conexões “dinâmico-causais” nos quais atuam como o elo ou a conexão entre os conceitos, em interdependência com a produção – criação e desenvolvimento – dos meios para satisfazer as necessidades humanas.

Marx (2001) já nos alertava que, para vivermos, é necessário, inicialmente, comer, beber, vestir-nos e morarmos. Essas são as necessidades básicas e embrionárias que engendraram a maior parte da produção dos conhecimentos desenvolvidos pelos homens. Com o passar do tempo, os meios encontrados para satisfazê-las foram se modificando e aperfeiçoando, conforme o surgimento de novas necessidades, como, por exemplo, a de nos apropriarmos dos conceitos científicos, fundamentais para o processo de humanização.

A ação de satisfazer essas necessidades e os instrumentos utilizados para tal estavam dirigidos para atender a determinado objetivo, fosse ele saciar a sede ou a fome ou abrigar-se. Nisso consiste um dos pontos fundamentais que desencadearam o desenvolvimento humano: a consciência do homem sobre a sua ação. Leontiev (2004, p. 214) identifica a consciência como “[...] o resultado de um processo dirigido até determinado objetivo”. Um sujeito consciente compreende a necessidade, o motivo em realizar sua atividade e não se desconecta do seu objetivo principal.

⁵ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *relaciones de los conceptos entre sí, es decir, un sistema de conceptos*”.

⁶ Entendemos por conteúdo objetal “[...] as ligações, dependências e relações entre os fenômenos, que constituem o conteúdo do conhecimento científico, não são qualidades dos objetos que se percebem visualmente diretamente, mas são descobertas nos objetos com a ajuda do pensamento” (VIGOTSKI, 1997, p. 228, tradução nossa); Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *los nexos dependencias y relaciones entre los fenómenos, que constituyen el contenido del saber científico, no son cualidades de los objetos que se perciben en forma visual-directa, sino que se descubren en los objetos con ayuda del pensamiento*”.

Consideramos que, para se assegurar a consciência do escolar no processo educativo é necessário organizar as condições objetivas para se viabilizar que o conteúdo objetal seja compreendido enquanto um produto social, histórico e dinâmico. Dessa forma, as relações essenciais do conteúdo do objeto não ficam desconexas, tornam-se apossadas de sentido e significado ao sujeito.

1.4 Justificativa

A relevância da continuidade deste estudo está em elaborar uma proposta didática para o ensino dos conceitos de geometria com vista a contribuir para a superação da falta de clareza dos professores acerca das questões essenciais que envolvem a atividade pedagógica: O quê? Para quê? Para quem? Como ensinar? Tais questões são feitas a partir do referencial teórico que defende a educação escolar como condição para que os estudantes se apropriem das máximas produções humanas, ou seja, se humanizem pelo processo de escolarização.

Convém observarmos que os desafios em colocar em prática a teoria estudada acompanham os profissionais da educação ao longo dos anos, revelando-se determinantes para a eficiência do trabalho educativo. A ausência de compreensão da relação teórico-metodológica no ensino pôde ser verificada em atividades de pesquisa e extensão, junto a profissionais que atuam na educação básica e, no ensino superior, no Grupo de Pesquisa e Ensino Trabalho Educativo e Escolarização (GENTEE) e na Oficina Pedagógica de Matemática (OPM), da Universidade Estadual de Maringá (UEM).

Nas atividades de pesquisa, procuramos por proposições de ensino com base no sistema de conceitos de polígono, uma vez que o nosso esforço centrava-se, e centra-se, em sua unidade conceitual. Realizamos, em 2020, uma pesquisa na plataforma da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), no Catálogo de Teses e Dissertações, redigindo o descritor “polígono” (sem recorte temporal). Foram apresentadas, inicialmente, 394 produções. Após um refinamento direcionado à área do conhecimento de matemática, localizamos 23 produções. Destas, 17 produções não versavam sobre o polígono enquanto um

conceito a ser explicado; seu entendimento apresentava-se implícito nas operações e discussões matemáticas. As outras seis produções abordavam o conceito de polígono de maneira explícita e direta, sem considerar seu processo histórico de produção: caminho pelo qual, acreditamos, se revelam as conexões dinâmico-causais dos conceitos e propicia a adequada organização do ensino para o desenvolvimento das bases do pensamento teórico dos estudantes. Localizamos somente uma dissertação com a proposta de abordar as definições de polígono em uma de suas seções, porém verificamos apenas breves dados históricos sobre a origem da geometria que não contemplavam o conceito de polígono.

Nas atividades de extensão realizadas pelo GENTEE-OPM, constatamos, na área da formação continuada, com professores, a falta de clareza teórica nas propostas de ensino, não apenas no eixo de geometria, mas nos demais eixos da matemática. Daí a importância de rompermos com aquilo que está sendo proposto em sala de aula para que o ensino seja concebido como um instrumento de transformação da atividade humana, isto é, do conceito.

Diante disso, valemo-nos do nosso referencial teórico e metodológico, assumindo a AOE, elaborada por Moura (1996) e desenvolvida pelo Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Atividade Pedagógica (GEPAPe), como base teórico-metodológica para a organização do ensino, (ARAUJO, 2017); (BIELLA, 2018); (CEDRO, 2004; 2008); (CEDRO, MORETTI, MORAS, 2017); (FRAGA, 2018); (FURLANETTO, 2013); (GLADCHEFF, 2015); (MORAES, 2008, 2009); (MORETTI, 2007); (NASCIMENTO, 2010); (PANOSSIAN, 2014); (RIBEIRO, 2011), em especial, o ensino de geometria.

1.6 Desafios da pandemia e organização do trabalho

“[...] explicar um fenômeno significa esclarecer sua verdadeira origem, seus nexos dinâmico-causais e sua relação com outros processos que determinam seu desenvolvimento” (VYGOTSKI, 2000, p. 112, tradução nossa)⁷.

⁷ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *explicar un fenómeno significa esclarecer su verdadero origen, sus nexos dinámico-causales y su relación con otros procesos que determinan su desarrollo*”.

Conforme mencionamos, fomos desafiadas a buscar a superação do modelo de ensino (constatado na pesquisa anterior) por meio de uma nova organização e materialização do ensino de geometria com vistas a possibilitar o desenvolvimento dos conceitos geométricos, em especial, o de polígono. Com isso, criou-se em nós a necessidade de revelarmos as conexões geneticamente iniciais dos conceitos geométricos. Por isso, nossas investigações recorreram aos estudos de Vigotski (2001) para explicar a formação dos conceitos. Os estudos mostraram que

[...] o desenvolvimento dos conceitos inicia-se com a relação de comunalidade – percepção dos traços comuns entre os objetos - constituindo a forma mais sensível entre os significados das palavras (conceitos). A comunalidade apresenta uma relação estreita com as estruturas de generalização (agrupamento sincrético, complexo, preconceito, conceito) que, por sua vez, equivalem ao sistema específico de comunalidade, sua medida de unidade do abstrato e concreto (FERREIRA, 2017, p. 161).

A apropriação desse entendimento manifestou-se como um desafio para apresentarmos uma hipótese das “Relações iniciais de comunalidade e generalidade do conceito de polígono”⁸.

Nesse sentido, nos esforçamos em elaborar uma proposta didática para o ensino de geometria, em especial, o de polígono, com base no sistema de conceitos e nas relações de comunalidade e generalidade. Isso representa o motivo que nos incitou a investigar as condições sociais que engendraram o desenvolvimento dos conceitos geométricos. Entendemos que as conexões dinâmico-causais dos conceitos constituem as relações primárias do organismo com o meio, uma vez que, por engendrarem a ligação ou união entre os conceitos, possibilitam a formação do sistema de conceitos que desenvolvem as estruturas psicológicas e originam novas formas de conduta do sujeito.

Ao analisarmos os determinantes que envolvem nosso objeto de estudo, como mencionado no item “A tese”, optamos pela pesquisa com experimento didático por compreendê-lo como “[...] uma concretização da afirmação de Vygotsky de que o método genético formativo é um método de pesquisa necessário para investigar a formulação e o desenvolvimento dos aspectos conscientes da relação dos seres humanos com o mundo” (HEDEGAARD, 2002, p. 214). Para tanto, selecionamos,

⁸ “As relações iniciais de comunalidade e generalidade do conceito de polígono” localizam-se página na 92, com a Imagem 7.

como sujeitos da investigação, estudantes do 4º ano do ensino fundamental de uma escola do norte do Paraná visto que buscamos superar, por incorporação, as tarefas analisadas no mestrado nesse mesmo ano de escolarização.

Contudo, em dezembro de 2019, foi detectado, na China, um vírus, denominado SARS-CoV-2, que culminou na pandemia Covid 19⁹ em virtude de que o vírus se alastrou pelo mundo. No Brasil, no início de 2020, medidas de biossegurança, como o uso de máscaras, álcool em gel, distanciamento social, isolamento e quarentena, foram adotadas a fim de se evitar o rápido contágio entre as pessoas bem como a superlotação dos hospitais e as mortes. Com esse cenário alarmante, houve a suspensão das aulas presenciais, motivo que impôs um ensino remoto atravessado pelo despreparo dos profissionais da educação frente às diferentes plataformas e meios de comunicação existentes, incertezas sobre a qualidade e eficácia desses meios e à comoção pela perda de entes queridos.

Vivemos momentos difíceis e de inseguranças que nos impediram de prosseguir com a investigação, nos moldes que organizamos. O distanciamento social inviabilizou a realização do experimento com os estudantes selecionados, no cronograma¹⁰ programado e aprovado pelo Comitê de Ética. Contar com uma previsão de quando poderíamos realizá-lo, naquele momento, também era incerto.

Com essa inesperada condição, colocada para nós como obstáculo para realização do experimento didático junto aos estudantes, conforme o planejado, buscamos, na práxis educativa, ou seja, na relação dialética entre teoria e prática, o direcionamento necessário para o ensino dos conceitos geométricos: a elaboração da proposta didática para o ensino de geometria mediante o desenvolvimento do experimento didático para os anos iniciais de escolarização.

Consideramos que a proposta didática pode manifestar o movimento de organização da atividade de pesquisa da investigadora e de ensino do professor com vista à apropriação conceitual dos estudantes e à formação das bases do pensamento

⁹ Coronavírus é um vírus que causa infecções respiratórias em seres humanos e animais. Desde o início de fevereiro de 2020, a Organização Mundial da Saúde (OMS) passou a denominar oficialmente a doença causada pelo novo coronavírus de Covid-19. Covid significa Corona Vírus Disease (Doença do Coronavírus), enquanto “19” se refere ao ano de seu surgimento. Desde então, essa realidade ampliou o ensino remoto a partir da suspensão das aulas presenciais.

¹⁰ A título de informação, a data de início do projeto de pesquisa seria no dia 17/08/2020, com coleta de dados prevista para o período de 31/08 a 25/09/2020 e apresentação de relatório final à Plataforma Brasil no prazo de 30 dias após o término do projeto.

teórico assim como sua organização com base no sistema de conceitos podem servir como orientação para o desenvolvimento de outras atividades de ensino.

Importante frisarmos que o caminho metodológico percorrido para a elaboração da proposta didática foi, na verdade, trilhado para a realização de um experimento didático junto aos estudantes. Consideramos o experimento didático o caminho adequado para atingirmos “[...] as determinações abstratas que conduzem à reprodução do concreto por meio do pensamento” (PASQUALINI, 2010, p. 28). Convém destacarmos que o experimento didático foi criado e utilizado por Vigotski e colaboradores bem como demonstrado nas investigações de V. V. Davídov, L. Zankov, D. B. Elkonin, entre outros, reforçando o entendimento de que “A estrutura do sistema didático experimental se baseia na ideia de possibilitar uma maior eficácia do ensino para o desenvolvimento geral dos escolares” (ZANKOV, 1984, p. 28, tradução nossa)¹¹. No entanto, em razão das condições sanitárias, esse instrumento de pesquisa nos serviu como fonte de análise dos dados do processo de sua elaboração, isto é, da organização do ensino de acordo com o nosso referencial teórico.

Para a sistematização da proposta didática, realizamos uma revisão da literatura no intuito de encontrarmos subsídios para a delimitação e contextualização do nosso objeto-problema. Por se tratar de uma continuidade de pesquisa, sustentamos como método de análise o Materialismo Histórico e Dialético, desenvolvido por Karl Marx e Friedrich Engels; da mesma forma, a Teoria Histórico-Cultural, a Teoria da Atividade, a Atividade Orientadora de Ensino e os pressupostos do sistema de ensino de Davídov representam o aporte teórico e metodológico desta pesquisa.

Como seguimento de pesquisa, na próxima seção, intitulada “Princípios norteadores para a organização do ensino”, retomamos os nossos pontos de partida e chegada da dissertação com os princípios sintetizados da teoria adotada, refinando-os conforme o desenvolvimento de nossos estudos a fim de nos instrumentalizarmos com os pressupostos fundamentais para a elaboração da proposta didática. Ao atentarmos-nos para esses princípios, evidenciamos a atividade como a unidade mediadora do sujeito dos reflexos psicológicos da realidade (LEONTIEV, 1978).

¹¹ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*La estructura del sistema didáctico experimental se basa en la idea de possibilitar una mayor eficacia de la enseñanza para el desarrollo general de los escolares*”.

Na terceira seção, aprofundamos os estudos sobre as generalizações teóricas para a estruturação do ensino a partir de uma investigação sobre a formação de conceitos e de sistema de conceitos, considerando as relações interfuncionais da consciência do sujeito com o seu lugar social. Evidenciamos que as relações de comunalidade e generalidade são premissas para a formação do sistema de conceitos.

Na quarta seção, delimitamos as relações descobertas para o nosso objeto de estudo. Buscamos evidenciar a relação entre as grandezas como o fundamento geral para o ensino de matemática e o controle das variações dos objetos e espaços na ação de medir como a relação nuclear, a unidade essencial para o ensino de geometria. Nesta relação, o conceito de polígono encontra-se como uma propriedade particular dentro de um sistema de conceitos da geometria.

Em seguida, elaboramos “um” sistema de conceitos geométricos e não “o” sistema de conceitos geométricos, pelo motivo de considerarmos que este estudo não se apresenta acabado, mas em movimento, portanto, pode ser aprofundado e aperfeiçoado.

Para finalizar, na última seção apresentamos nossa proposta didática para o ensino de geometria no 4º ano do ensino fundamental (EF) considerando a AOE enquanto mediação da nossa atividade de ensino e da atividade de estudo do sujeito. Assim, contemplamos a tríade sujeito-conteúdo-forma na organização da apropriação da experiência humana genérica pelo indivíduo singular por meio de um sistema de conceitos geométricos, visando a formação das bases do pensamento teórico dos estudantes.

2. PRINCÍPIOS NORTEADORES PARA A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO

Reconhecemos que a dicotomia entre teoria e prática é uma questão antiga, podendo ser reportada ao ideal educacional de Platão (1947), quando da separação entre o mundo inteligível e o mundo sensível, ou o mundo das ideias e o mundo dos sentidos, como também da divisão do trabalho e da apropriação privada do conhecimento pelos burgueses, exemplificados por Marx (2004). Compreendemos que a separação dos conceitos produz a fragmentação do conhecimento, contudo o inverso, sua união, permite a apropriação dos contrários e complementares, e nisso reside a dialética marxista (MARX, 2004).

Com o propósito de superarmos as perguntas que envolvem essa dicotomia no campo da educação - O quê? Para quê? Para quem? Como ensinar? -, esta seção apresenta uma retomada dos princípios sintetizados na dissertação de mestrado e seu refinamento na direção de uma compreensão mais abrangente e, ao mesmo tempo, característica daquilo que é próprio das leis gerais do desenvolvimento humano (âmbito filosófico), do que orienta a organização do ensino (âmbito psicológico) e do que possibilita colocarmos em prática os conhecimentos acumulados pela humanidade (âmbito didático).

Antes de nos direcionarmos aos princípios mencionados, parece-nos relevante apresentar, inicialmente, o movimento de definição do conceito de **atividade** desenvolvido por nossos principais referenciais teóricos, considerando que sua compreensão é requisito essencial para a presente pesquisa na condição de que norteia nossas investigações sobre a formação dos conceitos, o desenvolvimento do pensamento teórico dos escolares e, interligada a isso, a organização do ensino.

2.1 Atividade: a unidade de vida mediatizada

O conceito de atividade assume, dentro desta pesquisa, papel norteador de nossas ações, revelando-se fulcral para a compreensão das condições histórico-sociais que possibilitam o desenvolvimento psíquico humano, de igual forma originaram e desenvolveram os conceitos. Essa constatação conduziu-nos à

necessidade de aprofundamento nos estudos dos escritos, especialmente, de Marx (1996, 2004), Vigotski (1996, 2000, 2001), Leontiev (1978), Moura et al. (2010) e Davíдов (1987, 1988) sobre o conceito de atividade.

No tocante ao seu aspecto ontológico, Marx (1996, 2004) aborda, em seus estudos, o trabalho como síntese da forma especificamente humana de existência, composto pela **atividade orientada a um fim, o objeto e os meios de trabalho**. A atividade orientada a um fim, como abstração do homem para obter seu resultado ou o produto final, representa o caráter humano da nossa espécie ao demonstrar um caminho consciente entre o motivo e a finalidade da atividade. O objeto, por sua vez, já se apresenta como produto de um trabalho humano anterior, por isso pode ser denominado de matéria prima. Sobre os meios de trabalho, o autor os coloca como mediadores entre o homem e o objeto, conforme seu objetivo. Marx (1996) afirma que os meios, além de medidores, também indicam as condições sociais nas quais trabalhamos. Portanto, as condições objetivas são determinantes para que o processo condutor da atividade se realize.

Diante dos três elementos essenciais do trabalho, o autor caracteriza-o como a atividade vital do homem, em que residem o caráter e a universalidade da espécie humana, isso é, a atividade consciente e livre. Percebemos essa concepção de trabalho ou atividade consciente de Marx (1996) voltada para a concepção materialista do conceito. Ao direcionar essa base material para a psicologia, nas pesquisas realizadas por Vigotski (2000, 2001), percebemos, mais plenamente, o fundamento da teoria marxista nos estudos das leis gerais do desenvolvimento da psique e da consciência como forma superior de reflexo da realidade do homem.

Para o autor, **a atividade externa origina a atividade interna**. O processo de interiorização das relações sociais engendra o desenvolvimento das funções psíquicas superiores. Para esclarecer essa relação, Vigotski (2000, p. 150, tradução nossa)¹² explica que “[...] Toda função no desenvolvimento cultural da criança aparece em cena duas vezes, em dois planos: primeiro no plano social e depois no plano psicológico, a princípio entre os homens como categoria intersíquica e logo no interior da criança como categoria intrapsíquica”.

¹² Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*Toda función en el desarrollo cultural del niño aparece en escena dos veces, en dos planos: primero en el social y después en el psicológico; al principio entre los hombres como categoría intersíquica y luego en el interior del niño como categoría intrapsíquica*”.

Essa ideia reforça o entrelaçamento entre o plano social e o psicológico mediados pela atividade consciente. Nessa direção, o autor retoma o conceito de atividade desenvolvido por Marx (1996), observando que não podemos explicar, de forma satisfatória, o conceito de trabalho como atividade dirigida a um fim (atividade consciente), desconsiderando os instrumentos e os meios, sem os quais não poderia existir o trabalho. Da mesma forma, a questão central das funções psíquicas superiores é a dos meios.

Mas, como é possível transmitirmos o meio ou o método para cumprirmos determinado processo? Os estudos de Vigotski (2000, 2001) nos revelam que não há outra maneira senão em uma forma externa, por meio de ação ou de linguagem. As funções psíquicas superiores são processos mediados que apresentam, em sua estrutura, o uso do signo como fundamental meio de direção e controle desses processos. A palavra é o signo que opera na formação dos conceitos, convertendo-se, posteriormente, em símbolo. Por esse motivo, o autor defende que o estudo do uso funcional da palavra e de seu desenvolvimento pode desvelar as chaves da formação do sistema de conceitos (VIGOTSKI, 2001).

No rastro dessas reflexões, Leontiev (1978) percebeu que no movimento do pensamento podem ocorrer transições da atividade externa para a interna e o inverso. A partir dos trânsitos mentais, o autor desvelou que **a atividade exterior e a interna têm uma estrutura comum**. Para o autor, “[...] a atividade que é interna por sua forma e que deriva da atividade prática externa, não se difere desta nem se sobrepõe a ela, mas implica uma ligação de princípio e também bilateral com ela” (LEONTIEV, 1978, p. 81, tradução nossa)¹³. Essa assertiva sinaliza que a atividade interna e a externa não mostram uma relação unilateral em que o interno se titula meramente como uma cópia da atividade externa, mas que a apropriação do externo se trata de uma transformação na atividade psíquica.

Nesse processo de transformação psíquica, Leontiev (1978) assevera que o significado da palavra não gera o pensamento, assim como o instrumento não gera a ação, mas ambos mediatizam esses processos. Em suas pesquisas, ficou evidente que está no motivo, apresentado por Marx e Vigotski, a esfera afetivo-volitiva que direciona a conduta do sujeito: “Por si sós, os significados não engendram o

¹³ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *la actividad que es interna por su forma y que deriva de la actividad práctica externa, no difiere de esta, ni se superpone a ella, sino que supone un nexo de principio y además bilateral con ella*”.

pensamento, mas o mediatizam, da mesma forma que o instrumento não engendra a ação, mas a mediatiza” (LEONTIEV, 1978, p. 79, tradução nossa)¹⁴. A palavra como mediadora da atividade do homem o conecta com outros homens e com o mundo das coisas e, também, regula seu comportamento. Do mesmo modo, o instrumento como mediador da atividade do homem o conecta ao mundo das coisas e reflete a experiência da humanidade. Em consonância com essa análise, a atividade se define como “[...] a unidade de vida mediatizada pelo reflexo psicológico, cuja função real consiste em que orienta ao sujeito no mundo objetivo” (LEONTIEV 1978, p. 67, tradução nossa)¹⁵.

Leontiev (1978) aponta que os elementos que estruturam a atividade são a necessidade, o motivo, as ações e as operações direcionadas ao objeto. Nos estudos de Franco (2015) e Moura (2017), foi observado que a estrutura da atividade apresenta duas dimensões: a orientadora e a executora. “Na dimensão orientadora estão a necessidade, o motivo e o objeto e na sua dimensão executora, as ações, as operações, o objetivo” (MOURA, 2017, p. 109).

Com base na dinâmica da atividade, compreendemos essas dimensões. A necessidade como condição para qualquer atividade, situa o sujeito na realidade objetiva e a transforma em subjetiva. Ela regula e direciona a atividade do sujeito no mundo objetivo, em função disso, liga-se ao conceito de motivo por este ser o próprio objeto da atividade, portanto, não há atividade sem motivo. Os motivos, por sua vez, mobilizam os sujeitos a realizarem ações que não necessariamente coincidem diretamente com o objeto da atividade, mas com objetivos para atingir o objeto. Essas ações são realizadas por operações que se efetivam considerando as condições do meio em que é dado o objeto.

Cabe destacar que as condições do meio apresentam a dinâmica de estarem em constante movimento, podem transformar a atividade em ação, a ação em operação e vice-versa. Essas transições e transformações podem ocorrer tanto no plano interno como no externo. Para Leontiev (1978, p. 87, tradução nossa)¹⁶,

¹⁴ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*Por sí solos los significados no engendran pensamiento, sino que lo mediatizan, del mismo modo que el instrumento no engendra la acción, sino que la mediatiza*”.

¹⁵ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *la unidad de vida mediatizada por el reflejo psicológico, cuya función real consiste en que orienta al sujeto en el mundo objetivo*”.

¹⁶ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *la actividad es un proceso caracterizado por transformaciones que se producen constantemente. La actividad puede perder el motivo que la há suscitado, y entonces se convierte en una acción que tal vez concreta una relación totalmente diferente con el mundo, outra actividad; la acción, por el contrario, puede adquirir una fuerza impulsora propia y*

[...] a atividade é um processo caracterizado por transformações que se produzem constantemente. A atividade pode perder o motivo que a tem suscitado, e então se converte em uma ação que, talvez, firme uma relação totalmente diferente com o mundo, outra atividade; a ação, ao contrário, pode adquirir uma força propulsora própria e chegar a ser uma atividade particular; por último, a ação pode transformar-se em um meio para alcançar um fim, em uma operação capaz de efetuar diversas ações.

Por apresentar uma estrutura que se relaciona considerando a dinâmica inerente ao meio, concebemos a atividade como um sistema que se origina no seio do sistema de relações da sociedade; “[...] é um sistema que tem estrutura, suas transições e transformações internas, seu desenvolvimento” (LEONTIEV, 1978, p. 67, tradução nossa)¹⁷. Para Araújo (2019, p. 131), essa compreensão da atividade como sistema

[...] é fundamental para discutirmos como este conceito de atividade pode ser considerado na organização do ensino, porque partimos da tese de que esta é a unidade de análise que permite compreender o fato de que “vamos mal em matemática”.

A partir desse panorama geral do conceito de atividade desenvolvido por Marx (1996, 2004), Vigotski (1996, 2000, 2001) e Leontiev (1978), identificamos no objeto de suas pesquisas - as relações sociais e, no caso das pesquisas psicológicas, a consciência e o desenvolvimento do psiquismo humano -, uma relação de unidade com o objeto da pesquisa em educação: a **atividade pedagógica** (ARAÚJO; MORAES, 2017). A relação entre os objetos dessas duas áreas de conhecimento deriva do fato de que a psicologia, como ciência, relaciona-se diretamente com a prática, uma vez que “[...] é a prática da formação dos homens, a prática da educação e do ensino, a prática pedagógica” (RUBINSTEIN, 1973, p. 198).

Araújo e Moraes (2017) corroboram essa relação de unidade entre os objetos da pesquisa da psicologia e da educação apontada por Rubinstein (1973), por entenderem que o motivo da pesquisa educacional também se articula com o objeto da psicologia, isto é, o desenvolvimento do psiquismo humano. Para as autoras, a

llegar a ser una actividad particular; por último, la acción puede transformarse en un medio para alcanzar un fin, en un operación capaz de efectuar diversas acciones”.

¹⁷ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] es uno sistema que tiene estructura, sus transiciones y transformaciones internas, su desarrollo”.

atividade pedagógica refere-se a uma prática social, a qual se insere no processo de desenvolvimento da personalidade de cada pessoa, na direção do humano genérico. Nesse sentido, percebemos que a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) encontra aproximação com a pesquisa educacional por ter como objeto de estudo o conhecimento de qualidade nova (MOURA et al., 2010). Isso quer dizer que o objeto da AOE, assim como o da pesquisa educacional, também se direciona para o objeto da psicologia.

Contudo, a AOE assume a dimensão de mediação, ao se constituir como o modo de organização da apropriação da experiência humana genérica pelo indivíduo singular, seja no ensino, na pesquisa ou na extensão em educação.

Os fundamentos teórico-metodológicos da AOE, cujos pressupostos estão ancorados na teoria histórico-cultural e na teoria da atividade, são indicadores de um modo de organização do ensino para que a escola cumpra sua função principal, que é possibilitar a apropriação dos conhecimentos teóricos pelos estudantes e o desenvolvimento de suas personalidades. Assim, a AOE, como mediação, é instrumento do professor para realizar e compreender seu objeto: o ensino de conceitos. E é instrumento do estudante que age rumo à apropriação de conhecimentos teóricos a serem objetivados pela AOE (MOURA; ARAUJO; SERRÃO, 2018, p. 421).

Contemplamos essa proposição pela via dos elementos estruturantes da atividade e da AOE: necessidades, motivos, ações e operações (MOURA et al., 2010). Não podemos perder de vista que os conhecimentos foram criados a partir de uma necessidade humana as quais geraram motivos no homem em realizar ações e operações para obter o produto desejado. A AOE busca desvelar essa forma de organização da apropriação humana dos conhecimentos e, assim, organizar o ensino de modo que este contemple a gênese, a necessidade de criação e o desenvolvimento dos conceitos por meio de ações de ensino que mobilizem os escolares a realizarem ações de estudos. Temos na AOE a materialização da tríade sujeito-conteúdo-forma.

Moura (2001), aponta que a necessidade da AOE é ensinar, para isso, realiza ações que definem o modo de conduzir os conhecimentos no ambiente educacional a partir de instrumentos auxiliares adequados para atingir os objetivos dessas ações. A AOE, compreendida como efetiva práxis educativa, leva em consideração a dialética inerente aos processos de ensino, aprendizagem e desenvolvimento humano, assim, o professor, ao formar o outro, também se forma. Com isso, temos a AOE como

unidade dialética do sistema de atividade (atividade de ensino e atividade de aprendizagem) na formação dos sujeitos envolvidos no processo educativo.

Para que um sujeito ensine e o outro aprenda, há que se levar em consideração a necessidade humana histórica de aprender determinado conhecimento, ou seja, as condições sociais que foram determinantes para que certo conceito fosse criado, apropriado por outrem e desenvolvido. Como já evidenciamos, não há atividade sem motivo, uma vez que este se constitui como o próprio objeto da atividade. Assim, a AOE busca criar as condições sociais adequadas para que o escolar sinta a necessidade e tenha motivos para apropriar-se do conhecimento, isto é, possibilita a relação dialética entre a atividade de ensino organizada pelo professor e a atividade do estudante em aprendizagem, a qual é materializada na Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA).

Na situação desencadeadora de aprendizagem, enfatizamos, se reconstitui a necessidade social de produção do conhecimento, de tal modo que o significado social do conhecimento se consolida em conhecimento pessoalmente significativo, como propôs Rubinstein (1973). Na situação desencadeadora – indica Nascimento (2014) –, o objeto da atividade de ensino reproduz as relações essenciais da atividade humana (MOURA, ARAÚJO; SERRÃO, 2019, p. 427).

A SDA, ao capturar as relações essenciais que desencadearam a necessidade social de criação do conceito, mobiliza o estudante a realizar ações que buscam a solução do problema-desencadeador. Nesse processo, ela envolverá o escolar na atividade de aprendizagem por meio de diferentes ações de estudos necessárias à apropriação dos conhecimentos. O estudante em atividade estabelece ações para atingir objetivos ligados ao seu objeto de estudo e, de acordo com as condições reais, realiza as operações que asseguram essas ações (MOURA et al., 2010).

Desse modo, o que entra em jogo no campo educativo é a tomada de consciência, pelo sujeito, das ações que ele próprio realiza. Torna-se determinante à sua aprendizagem a compreensão de que o motivo das ações está ligado aos objetivos que se dirigem a atingir o objeto/fim da atividade. Quando não ocorre essa captação, ou seja, quando os sujeitos não compreendem o motivo das suas ações, podem ocorrer uma apropriação parcial do conteúdo e a ausência de sentido daquilo que ele realiza. Temos como desafio elaborar ações de ensino que criem as condições

necessárias para mobilizarem os escolares a realizarem ações de estudo que os direcionem ao objeto de sua atividade de ensino.

2.2 A atividade orientadora de ensino: base teórica e metodológica do professor e do pesquisador

O desenvolvimento do plano ideal do ensino é, assim, sujeito tanto às condições objetivas do desenvolvimento das ações, quanto às características individuais dos sujeitos em atividade, marcadas pela história de vida de cada um e que imprimem o sentido pessoal no que é realizado. Daí, ser *Atividade Orientadora de Ensino*.

(MOURA; ARAUJO, 2020, p. 294, grifos dos autores).

Ao abordarmos o desenvolvimento humano com base na Teoria Histórico-Cultural, de Vigotski (2001), e na Teoria da Atividade, de Leontiev (1978), defrontamos com críticas de profissionais da educação, concernentes à dificuldade de desenvolver seus pressupostos na prática de sala de aula. Vale ressaltar que essas teorias não foram direcionadas propriamente para a educação, mas têm como objeto de estudo as relações sociais e o desenvolvimento do psiquismo humano.

Nesse cenário dicotômico – teoria x prática, que se apresenta na sociedade como um fenômeno educativo ao longo dos últimos anos, a questão maior está no desenvolvimento do um plano ideal do ensino como atividade que busque “[...] dar visibilidade, nos processos de apropriação de conceitos, como respostas humanas às necessidades que a vida em sociedade e o meio onde elas acontecem oferecem” (MOURA; ARAUJO, 2020, p. 293).

De acordo com Moura e Araujo (2020), a percepção desse movimento de ensino e aprendizagem foi evidenciada há mais de 30 anos, inicialmente por Moura (1992) e Lanner de Moura (1995), quando a atividade de ensino foi divulgada, pela primeira vez, como Atividade Orientadora de Ensino (AOE)¹⁸. Vale observarmos que,

¹⁸ Apresentamos no início de cada seção e subitem, deste trabalho, a escrita não abreviada de AOE para fortalecer seu conceito e não a síntese.

ao se incluir o termo “orientadora” ao conceito de atividade, **reforça-se a intencionalidade no desenvolvimento da atividade de ensino.**

Assim, a origem do conceito AOE reside na organização do ensino. Mas, que ensino? O ensino que dê condições para os sujeitos apropriarem-se dos conhecimentos científicos e desenvolverem suas capacidades intelectivas. Neste momento de produção do conceito, a atividade orientadora se materializava em ações e instrumentos que o professor poderia utilizar para o desenvolvimento do ensino de determinado conteúdo escolar. Inclusive, no processo inicial de consolidação da atividade orientadora ela foi compreendida, por alguns, como o “problema desencadeador da aprendizagem”. Contudo, é importante considerar que em seu germe já trazia uma estrutura que ia além desses elementos, revelava a direção mais generalizada para organização do ensino, visto que contemplava a tríade essencial da atividade pedagógica: conteúdo a ser ensinado, a forma mais adequada e os sujeitos-aprendizes (CEDRO; MORETTI; MORAES, 2019, p. 433-434).

Atualmente, o Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a Atividade Pedagógica (GEPAPe) da Universidade de São Paulo (USP), liderado pelo professor Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura e pela professora Dra. Elaine Sampaio Araújo, tem dado continuidade no desenvolvimento do conceito de AOE a partir da concepção de organização do ensino como atividade.

As investigações de Moura et al. (2010) apontaram o conceito de atividade - sistematizado por Leontiev (1978) - como o caminho para se localizar os elementos didáticos e pedagógicos essenciais para fundamentar o trabalho do professor ao organizar o ensino. Com isso, a AOE busca fornecer subsídios teóricos e metodológicos para a superação da dicotomia entre teoria e prática “[...] de modo que o processo educativo se constitua como atividade para o estudante e para o professor” (MOURA et al., 2010, p. 96).

A AOE mantém a estrutura de atividade proposta por Leontiev, ao indicar uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propor ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar (MOURA et al., 2010, p. 96).

Uma vez que a AOE busca no conceito de atividade, os seus elementos estruturantes (necessidade, motivo, ações e operações), assume a qualidade de

mediação dado que a atividade é a unidade de vida mediatizada pelo reflexo psicológico, que orienta o sujeito no mundo objetivo (LEONTIEV, 1978). Nas palavras de Moura et al., (2010, p. 97), a AOE

[...] como um processo de aproximação do objeto: o conhecimento de qualidade nova [...] toma a dimensão de mediação ao se constituir como um modo de realização de ensino e de aprendizagem dos sujeitos que, ao agirem num espaço de aprendizagem, se modificam e, assim, também se constituirão em sujeitos de qualidade nova.

Nesse processo de realização do ensino e da aprendizagem, assim como mencionado no item 2.1 desta pesquisa sobre a estrutura da atividade, da mesma forma, a AOE toma a dimensão orientadora e executora. Para Araújo (2019), o motivo e o objeto da AOE constituem sua dimensão orientadora.

Poderíamos, em termos gerais, considerar que o motivo da AOE é possibilitar que a experiência social da humanidade, objetivada na cultura, se torne a experiência do sujeito, de tal forma que o objeto da AOE é o conhecimento teórico historicamente produzido. Todavia, o que relaciona o motivo com o objeto, nessa perspectiva, é a necessidade social de formação da personalidade humana [...] (ARAÚJO, 2019, p. 132-133).

Na dimensão executora,

[...] entram em cena as ações e operações para que o motivo se realize no objeto. As ações, em termos gerais, estão voltadas a objetivos específicos que, no caso da educação escolar, se identificam com a apropriação dos conceitos científicos; e as operações, para que essas ações se efetivem, passam por modos de ação que desenvolvam o pensamento teórico (ARAÚJO, 2019, p. 133).

A atividade sempre está ligada a uma necessidade, ao estado carencial do homem de algo que apresenta caráter objetual, pois o objeto da atividade, seja ela interna ou externa, se refere àquilo que lhe confere determinada orientação, que se relaciona com o efetivo motivo da atividade (LEONTIEV, 1978). Por essa razão, o processo educativo tem de conferir, a quem ensina e a quem aprende, motivos autênticos e significativos para se ensinar e aprender determinado conteúdo escolar.

Sob esse ponto de vista, os estudos de Moura et al. (2010, p. 220) revelam que “A qualidade de atividade ao ensino dá-se pela necessidade de proporcionar a apropriação da cultura que pode mobilizar os sujeitos a agirem para a concretização

de um objetivo comum”. No caso, o professor em atividade de ensino tem como objetivo organizá-lo adequadamente a fim de que o escolar se aproprie da cultura historicamente sistematizada e se desenvolva.

Para tanto, na organização do ensino, o professor seleciona o conteúdo a ser ensinado; investiga o movimento lógico-histórico do conceito, essencial para a compreensão do conteúdo selecionado, ou seja, sua gênese; elabora uma situação desencadeadora de aprendizagem, que contenha um problema gerador de motivos; escolhe o recurso metodológico a ser utilizado; propõe a organização de um modelo de estudo que contenha a relação universal do objeto estudado e a modelação dessa relação nas formas objetual, gráfica e literal; organiza tarefas particulares que deverão ser resolvidas com base no modelo geral, construído pelos escolares (MOURA et al., 2010). Importante observarmos que a materialização da SDA deve estar alinhada à atividade dominante do sujeito que, em nosso caso, se refere à atividade de estudo.

A atividade de ensino do professor deve gerar e promover a atividade do estudante. Ela deve criar nele um motivo especial para a sua atividade: estudar e aprender teoricamente sobre a realidade. É com essa intenção que o professor planeja a sua própria atividade e suas ações de orientação, organização e avaliação. Entretanto, considerando que a formação do pensamento teórico e da conduta cultural só é possível como resultado da própria atividade do homem, decorre que tão importante quanto a atividade de ensino do professor é a atividade de aprendizagem que o estudante desenvolve (MOURA et al., 2010, p. 90).

Para Araújo (2019), é por meio da SDA que a AOE realiza sua dimensão executora. Uma SDA tem de “[...] proporcionar a necessidade de apropriação do conceito pelo estudante, de modo que suas ações sejam realizadas em busca da solução de um problema que o mobilize para a atividade de aprendizagem - a apropriação dos conhecimentos” (MOURA et al., 2010, p. 101). Por via da gênese do conceito, a SDA explicita a necessidade humana de construção de determinado conceito, “[...] como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou sínteses no seu movimento lógico-histórico” (MOURA et al., 2010, p. 103-104).

Assim como a SDA deve conter a necessidade humana que mobilizou o homem a criar determinado conceito, do mesmo modo sua resolução tem de ocorrer por meio de análise coletiva para se chegar à relação geral/universal do objeto, requerida para se solucionar esse problema desencadeador. Dessa forma, os escolares poderão

elaborar um modelo de estudo que represente essa relação universal e experimentá-lo em outras tarefas particulares (DAVÍDOV, 1988).

As reflexões desenvolvidas até o momento, nos princípios sintetizados (1, 2 e 3), representam, para nós, uma dimensão orientadora para a organização do ensino, em especial, de geometria. Na medida em que compreendemos que as condições objetivas para o ensino têm origem na dinâmica de descobrimento da relação universal do objeto, engendrado por necessidades sociais, buscamos desvelar quais as necessidades e os motivos de produção e de desenvolvimento dos conhecimentos geométricos a partir da relação dialética com o pensamento teórico do escolar. Consideramos, assim, o próprio conteúdo objetual guia para a organização do ensino.

Nessa direção, a AOE, por meio dos seus pressupostos gerais para organização do ensino, constitui-se como uma forma de colocarmos em movimento as categorias do método Materialista Histórico e Dialético ao considerarmos a dinâmica entre a aparência e essência, o empírico e teórico, o abstrato e concreto, as relações singular, particular e universal¹⁹, o individual e o social.

Sob essa perspectiva teórica, apresentamos, a seguir, a retomada dos princípios sintetizados na pesquisa anterior (FERREIRA, 2017). Essas sínteses nos auxiliaram na análise das tarefas de geometria no 4º ano do EF. Agora, lapidando-as com o aprofundamento de nossos estudos, tais sínteses nos auxiliaram na análise e elaboração de uma proposta didática para o ensino de geometria.

2.3 Retomada dos princípios: em busca da relação essencial do conceito

A partir dos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), os princípios se apresentam como síntese do nosso aporte teórico no que se refere ao desenvolvimento e movimento de apropriação, pelo homem, da cultura sistematizada.

¹⁹ “Segundo Lukács (1967), o particular representa, para Marx, a expressão lógica da categoria de mediação entre o específico (singular) e o geral (universal), que, conforme exposto, não podem ser compreendidos de modo isolado e por si mesmos.

Lênin (citado por Lukács, 1967) assinala que “o singular é o universal”, no seguinte sentido: o singular se contrapõe ao universal e ao mesmo tempo é parte constituinte dele, já que o singular não existe senão na conexão que leva ao universal. Da mesma forma, o universal não existe senão no singular e pelo singular. Nessa direção, a singularidade e a universalidade se instituem como unidade contraditória que move o contínuo processo de formação e transformação de ambos” (PASQUALINI; MARTINS, 2015, p.366).

São eles: As condições objetivas para o ensino: as relações sociais (1); A atividade consciente na relação dialética com o desenvolvimento do pensamento teórico (2); O conteúdo objetual (3); As relações de generalidade (4); As generalizações teóricas para a estruturação da organização do ensino (5).

Na Tabela 1, retomamos a síntese dos princípios para organizarmos o ensino, realizada por Ferreira (2017), no intuito de colocarmos em movimento as categorias dialéticas do método de análise adotado (MHD).

Tabela 1: Síntese dos princípios para a organização do ensino de matemática

PRINCÍPIOS	FUNDAMENTOS
<p>PRINCÍPIO 1: As condições objetivas para o ensino: as relações sociais</p>	<p>A história do desenvolvimento humano desvela que a necessidade de sobrevivência do homem criou as condições essenciais de trabalho, realizado coletivamente, para alcançar determinado objetivo. Ao passo que o homem transformou a natureza, por meio do trabalho coletivo, transformou a si mesmo, tornando-se o próprio trabalho. Desse modo, o trabalho social constitui a primeira condição da essência humana. Sob essas condições, o ensino de matemática pressupõe uma organização que direcione os escolares a perceberem as relações essenciais e universais entre o objeto de estudo a partir da sua relação com a natureza e com a sociedade, contemplando a elaboração coletiva de sua produção.</p>
<p>PRINCÍPIO 2: A atividade consciente na relação dialética com o desenvolvimento do pensamento teórico</p>	<p>O trabalho é a atividade vital do homem, na qual se encontram o caráter e a universalidade da espécie humana: a atividade consciente e livre. Contudo, sob a influência do modo de produção capitalista, houve o parcelamento das tarefas e a expropriação do saber operário, separando-o do produto final (objeto). Conforme as análises, ao passo que se exterioriza o objeto do homem, sua consciência permanece alienada. Igualmente, a atividade de ensino de matemática deve ter como objetivo a conscientização do escolar da sua atividade de aprendizagem, da relação essencial que o mesmo tem com o objeto de estudo para que essa relação não se perca e, assim, o escolar não se aliene.</p>
<p>PRINCÍPIO 3: O conteúdo objetual</p>	<p>Todas e quaisquer ações humanas estão sempre orientadas para um objeto, sendo assim, sempre representam um caráter objetual. A atividade de ensino, sob essa ótica, deve contemplar a organização pela qual o homem genérico passou durante a apropriação dos conhecimentos historicamente elaborados, ou seja, o conhecimento científico e teórico. Tão somente a apresentação do caráter científico do conteúdo não contempla a relação entre os conceitos, restringindo-se à empiria. Portanto, é necessário se trabalhar com o caráter científico do conteúdo na perspectiva teórica (do geral ao particular) como fonte dos métodos de ensino, de investigação e descoberta do escolar das suas relações essencial/ coletiva e universal com o objeto de estudo.</p>
<p>PRINCÍPIO 4: As relações de generalidade</p>	<p>A criança, ao entrar em contato com um objeto, utiliza-se de instrumentos físicos e simbólicos. No movimento de assimilação dos traços essenciais do objeto, ela começa a compreender o significado da palavra/objeto. A palavra em si representa um ato generalizante que se desenvolve na transição de uma palavra de generalização à outra.</p> <p>A tomada de consciência pelo escolar, nesse processo, se realiza por meio da formação de um sistema de conceitos que unifica o significado das palavras em determinada categoria definida a partir das relações de comunalidade. Conforme a fase de formação e desenvolvimento do conceito, a criança assimila um conceito hierarquicamente superior, desenvolvendo uma generalização em nível superior. Assim, é necessário que o ensino se oriente para a apropriação do conhecimento científico, no</p>

	devir do desenvolvimento infantil, impulsionando a mudança estrutural de generalidade do escolar.
PRINCÍPIO 5: As generalizações teóricas para a estruturação da organização do ensino	As relações de generalidade são o cerne do desenvolvimento do pensamento conceitual da criança. Logo, projetar, durante todo o sistema de ensino, a relação científica teórica do conhecimento com a mudança do tipo de pensamento do escolar significa considerar os processos que envolvem as fases de desenvolvimento dos conceitos assim como o formato social de organização da apropriação, pelo homem, dos conhecimentos científicos ao longo de seu desenvolvimento histórico. Os pressupostos davydovianos e a AOE convergem para a materialização desse modo geral de organização do ensino.

Fonte: Ferreira (2017, p. 85).

A retomada e o aprofundamento nos estudos desses princípios nos auxiliaram na busca pela relação essencial e universal dos conceitos geométricos, a qual, por sua vez, apresenta um conjunto de conexões dinâmico-causais que orientam a organização do ensino de geometria.

Com essa direção ao buscarmos o aprofundamento no estudo sobre o desenvolvimento humano, direcionamos nossa atenção para as condições de origem do conceito. O princípio 1- “As condições objetivas para o ensino: as relações sociais”, apresenta que é no “[...] movimento do estudo para o descobrimento da relação universal do objeto que ocorre o desenvolvimento psíquico dos escolares” (FERREIRA, 2017, p. 79). Entendemos que a dinâmica de descobrimento da relação universal do objeto assenta-se no seu processo de elaboração e produção coletiva, portanto, nas relações sociais. Essas relações revelam as ligações conceituais essenciais do objeto que viabilizam a aprendizagem do sujeito.

Por esse motivo, consideramos que o princípio inicial para organizar o ensino está em investigar as condições objetivas de produção de determinado conhecimento historicamente elaborado, isto é, a sua gênese. Para isso, algumas perguntas sobre o objeto de estudo devem ser respondidas tais como: Quais foram os determinantes que originaram sua criação e desenvolvimento? Ou, ainda: Quais foram (e são) as necessidades sociais que mobilizaram os homens a criarem e desenvolverem esse conhecimento?

Para compreendermos o processo de elaboração do conceito de polígono, debruçamo-nos no estudo sobre sua condição de origem, tendo em vista que as definições ou explicações, em sua grande maioria, estão assentadas em princípios da lógica formal, de maneira definida e pronta, não abarcam a lógica histórica e dialética do conceito.

Essa afirmação se constata, como apontado na justificativa deste trabalho, pelas diversas experiências vivenciadas como professora da rede municipal de ensino público de uma cidade do norte do Paraná, pelas discussões e pesquisas realizadas junto ao Grupo de Pesquisa e Ensino Trabalho Educativo e Escolarização (GENTEE) e na Oficina Pedagógica de Matemática (OPM), da Universidade Estadual de Maringá (UEM); pela busca por pesquisas que trataram sobre o ensino do conceito de polígono no portal de Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, por meio do qual intentamos encontrar elementos que contribuíssem para o desvendamento do seu sistema de conceitos, mas não obtivemos um resultado satisfatório.

Assim sendo, retornamos para o nosso referencial teórico-metodológico e às sínteses dos princípios por acreditarmos que desvelar o conteúdo desse objeto bem como os dos demais demanda aprofundamento de estudo e superação da sua aparência. Necessita apreendê-lo em seu movimento de gênese e desenvolvimento, concebendo-o como objeto da atividade humana.

No princípio 2: “A atividade consciente na relação dialética com o desenvolvimento do pensamento teórico” destacamos que “[...] é imprescindível que a atividade de ensino tenha como objetivo a conscientização do escolar da sua atividade de aprendizagem, da relação essencial que ele possui com o objeto de estudo” (FERREIRA, 2017, p. 80).

Nesse sentido, destacamos sua relação intrínseca com o princípio 3: “O conteúdo objetual”, porquanto, semelhantemente, enfatizamos a necessidade de a atividade do escolar estar direcionada para o objeto de estudo. Defendemos que, quando a atividade não se dirige ao objeto, perde-se o seu conteúdo objetual e toda a atividade se interrompe, porque o sujeito não encontra necessidade e motivos em realizá-la.

Fundamentadas nesses princípios, podemos afirmar que **a condição inicial para o sujeito desenvolver as bases do pensamento teórico é direcionar sua atividade ao conteúdo objetual. Este, por sua vez, promove a tomada de consciência do sujeito como reflexo da realidade objetiva** (VIGOTSKI, 2001).

A atividade consciente ocorre quando se cria, no sujeito, a necessidade de aprender determinado conceito, ou seja, quando sua atividade está direcionada ao conteúdo objetual materializado em um problema gerador de motivos que o mobiliza a realizar ações coordenadas para sua resolução. O conteúdo objetual ultrapassa a aparência do objeto, pois assume uma dimensão epistemológica.

Em concordância com Vigotski (2000), a descoberta ou a consciência do objeto manifesta as ligações conceituais, isto é, a relação entre os conceitos, que viabilizam o desenvolvimento psíquico do sujeito. Para Davídov (1988, p. 125, tradução nossa)²⁰, “[...] o processo de idealização de um dos aspectos da atividade objetual-prática, a reprodução, nela, das formas universais das coisas” caracterizam o pensamento teórico.

Tais inferências nos levam a acreditar que a primeira ação de estudo dos sujeitos em atividade de aprendizagem, em especial de geometria, se inicia com um problema autêntico de ordem prático-objetual, instituidor de motivos para o escolar desvelar os nexos dinâmico-causais do objeto a ser estudado.

Para atuarmos no processo de desenvolvimento do pensamento teórico, buscaremos perceber, em nossa proposição didática, elementos que apontem para a dinâmica do pensamento empírico e teórico. Davídov (1988) assegura que o pensamento teórico ocorre quando o sujeito deixa de operar com representações e passa a operar com conceitos.

O conceito aparece aqui como a forma de atividade mental por meio da qual se reproduz o objeto idealizado e o sistema de suas relações, que em sua unidade refletem a universalidade ou a essência do movimento do objeto mental. **O conceito atua, simultaneamente, como forma de reflexo do objeto material e como meio de sua reprodução mental, de sua estruturação, ou seja, como ação mental especial** (DAVÍDOV, 1988, p. 126, tradução e grifos nossos)²¹.

O autor complementa que “A ação de reconstrução e transformação do objeto mental constitui o ato de sua compreensão e explicação, o descobrimento de sua essência” (DAVÍDOV, 1988, p. 126, tradução nossa)²². Isso quer dizer que elaborar um conceito significa reproduzir mentalmente o conteúdo do objeto.

No princípio 4: “As relações de generalidade”, verificamos que o ensino não deve se limitar ao que a criança consegue realizar sozinha, mantendo-a na aparência

²⁰ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *el proceso de idealización de uno de los aspectos de la actividad objetual-práctica, la reproducción, en ella, de las formas universales de las cosas*”.

²¹ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*El concepto aparece aquí como la forma de actividad mental por medio de la cual se reproduce el objeto idealizado y el sistema de sus relaciones, que en su unidad reflejan la universalidad o la esencia del movimiento del objeto material. El concepto actúa, simultáneamente, como forma de reflejo del objeto material y como medio de su reproducción mental, de su estructuración, es decir, como acción mental especial*”.

²² Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*La acción de construcción y transformación del objeto mental constituye el acto de su comprensión y explicación, el descubrimiento de su esencia*”.

do objeto/fenômeno, uma vez que as generalizações empíricas apresentam limites pelo fato de não contemplarem a essência do conceito. De acordo com as pesquisas de Vigotski (2001), o ensino deve impulsionar a mudança estrutural de generalidade do sujeito. Para realizar esse processo, a tomada de consciência se apresenta como direcionadora para a aprendizagem do escolar que se realiza por meio de um sistema de conceitos que unifica o significado das palavras em categorias que apresentam relações de comunalidade ou relações comuns. Ao passo que o escolar assimila um conceito hierarquicamente superior, desenvolve uma generalização em nível superior.

Por consequência, consideramos no princípio 5: “As generalizações teóricas para a estruturação da organização do ensino” que as relações de generalidade são o cerne do desenvolvimento psíquico dos estudantes.

Logo, projetar durante todo sistema de ensino a relação científica teórica do conhecimento com a mudança do tipo de pensamento do escolar significa considerar os processos que envolvem as fases de desenvolvimento dos conceitos assim como o formato social de organização da apropriação pelo homem dos conhecimentos científicos ao longo de seu desenvolvimento histórico (FERREIRA, 2017, p. 85).

Acreditamos que, por meio das generalizações teóricas, podemos descobrir o formato social, isto é, o movimento lógico-histórico de produção e sistematização dos conceitos pelo homem. Nesse movimento, encontram-se as relações essenciais do sujeito com o objeto, suas conexões dinâmico-causais que podem nos oferecer subsídios teórico e prático para estruturarmos o ensino de geometria.

Tendo em consideração esse movimento de estudo, as ligações intrínsecas entre os princípios para a organização do ensino apresentados por Ferreira (2017) desenvolvem os processos de análise e síntese simultaneamente, haja vista que “[...] não apenas as sínteses mantém [sic] em cada momento o contato com o todo [...], mas também – precisamente por causa disso – guia a análise, evita que essa se perca, que acredite esgotar o real e que se atenha, ao isolá-los, aos elementos últimos” (LEFEBVRE, 1975, p. 120).

Por isso, essas ligações representam o esforço de avançarmos nas relações essenciais dos conceitos geométricos, sem perdemos sua unidade, para elaborarmos uma proposta didática, para os escolares do 4º ano do EF, que contemple as relações

mais sensíveis do sistema conceitual desse eixo com vistas a formação do pensamento teórico.

Na companhia desses princípios, seguimos em direção à organização do ensino a fim de propiciar o desenvolvimento da nossa proposta didática e a apropriação, pelos estudantes, dos conceitos geométricos. Para isso, fitando os olhos para a dimensão executora desta pesquisa, propomo-nos, a seguir, a aprofundar os estudos nas generalizações teóricas base para a organização do ensino.

3. AS GENERALIZAÇÕES TEÓRICAS PARA A ESTRUTURAÇÃO DO ENSINO

O que é adequado se ensinar em cada período de vida do escolar? O que se considerar nesses momentos? Para respondermos a essas questões, precisamos entender como o conceito e o sujeito se desenvolvem. Conforme Ferreira (2017), a chave para se desvelar esses processos está na tomada de consciência que, com referência às investigações de Vigotski (2000), se apresenta como direcionadora da aprendizagem do escolar em razão de que ocorre por meio de um sistema de conceitos que unifica o significado das palavras em categorias que apresentam relações comuns. A apropriação de um conceito hierarquicamente superior gera uma generalização em nível superior, promovendo o desenvolvimento psíquico do sujeito.

Se consciência significa generalização, a generalização por sua vez significa a formação de um conceito supra-ordenado [superior] que inclui um conceito dado como um caso particular. Um conceito supra-ordenado [superior] implica a existência de uma série de conceitos subordinados, e pressupõe também uma hierarquia de conceitos de níveis de generalidade. Deste modo, o conceito dado está localizado dentro de um sistema de relações de generalidade (VIGOTSKI, 2001, p. 130, tradução nossa)²³.

Interessante observarmos que a generalização representa a formação de um conceito superior. Ao mesmo tempo, sua localização no sistema de relações de comunalidade representa a tomada de consciência e a sistematização dos conceitos (VIGOTSKI, 2001).

Para compreendermos melhor esse pressuposto, Vigotski (2001, p. 215, tradução nossa)²⁴ nos revela que o conceito superior subentende a existência de um sistema de conceitos que lhe é subordinado, determinado por “[...] relações que constituem as conexões mais naturais e mais importantes entre estes”, ou seja, determinado por um sistema de relações de comunalidade. Apreciamos a explicação oferecida pelo autor sobre a generalização da palavra flor:

²³ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *Si conciencia significa generalización, la generalización a su vez significa la formación de un concepto sobreordenado que incluye el concepto dado como un caso particular. Un concepto sobreordenado implica la existencia de una serie de conceptos subordinados, y presupone también una jerarquía de conceptos de niveles de generalidad. De este modo, el concepto dado se ubica dentro de un sistema de relaciones de generalidad*”.

²⁴ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *relaciones que constituyen las conexiones más naturales y más importantes entre éstos*”.

Sabe-se que na criança os conceitos mais gerais emergem antes que os mais particulares. Assim, ela costuma assimilar a palavra 'flor' antes da palavra 'rosa'. Mas neste caso, para ela, o conceito 'flor' não é mais geral do que a palavra 'rosa', mas mais amplo. É claro que quando a criança domina apenas um conceito, sua relação com o objeto é diferente de quando surge o segundo conceito. Mas mesmo depois disso, o conceito 'flor' permanece por muito tempo junto com o conceito 'rosa', mas não prevalece sobre ele. Não se inclui um conceito e o subordina, mas o substitui e alinha-se com ele. Quando surge uma generalização do conceito 'flor', a relação entre ele e o conceito 'rosa' também é alterada, como com outros conceitos subordinados. **Nos conceitos surge o sistema** (VIGOTSKI, 2001, p. 217, tradução e grifos nossos)²⁵.

Por meio dessa citação, compreendemos que, quando a criança aprende a palavra flor, embora esta seja de aplicação mais ampla que a palavra rosa, inicialmente, para ela, não é. A criança não subordina a palavra rosa à flor, as duas estão em proximidade. “Quando a expressão ‘flor’ se generaliza, a relação de ‘flor’ e ‘rosa’, assim como a de ‘flor’ com outros conceitos subordinados também muda na mente infantil, e um sistema começa a se formar” (VIGOTSKI, 2001, p. 131, tradução nossa)²⁶.

Ao pegar uma rosa e uma margarida pela estrutura de ambas, por exemplo, a criança percebe que há espinhos em uma e, em outra, não. Nesse momento, novas relações começam a surgir dentro do sistema de relações de generalidade, uma vez que a rosa e a flor (margarida) já não apresentam todos os traços em comum, os traços que antes as deixavam em proximidade. Desse modo, a palavra flor – entendida enquanto conceito superior – carrega em si conceitos subordinados²⁷.

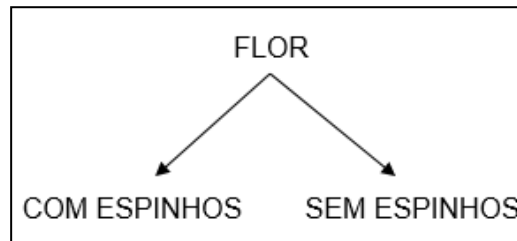
²⁵ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *Es sabido que en el niño los conceptos más generales surgen antes que los más particulares. Así, éste suele asimilar antes la palabra «flor» que la palabra «rosa». Pero en este caso, para él el concepto «flor» no es más general que la palabra «rosa», sino más amplio. Está claro que cuando el niño domina tan sólo un concepto, su relación con el objeto es distinta que cuando surge el segundo concepto. Pero incluso después de ello, el concepto «flor» se mantiene durante largo tiempo junto al concepto «rosa», pero no prevalece sobre él. No incluye un concepto y lo subordina, sino que lo sustituye y se alinea con él. Cuando surge (a generalización del concepto «flor», se altera también la relación entre él y el concepto «rosa», lo mismo que con otros conceptos subordinados. En los conceptos surge el sistema*”.

²⁶ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*Cuando la expresión ‘flor’ se convierte en generalizada, la relación de ‘flor’ y ‘rosa’, así como la de ‘flor’ y otros conceptos subordinados también cambia en la mente infantil, y comienza a formarse un sistema*”.

²⁷ Devemos ressaltar dois pontos sobre a expressão “conceitos subordinados”: A palavra subordinado e/ou subordinação, propriamente dita, implica em aceitar que não se trata de um conceito superior, pois as relações foram estabelecidas a partir de um conceito principal e por meio dele. Do mesmo modo, um conceito, ao estar subordinado, não significa que se perde a dialética de apreensão do fenômeno, porque, estando no contexto de sistema, reflete as relações genuínas entre os conceitos, seus movimentos e transformações.

Podemos analisar um esquema desse surgimento do sistema de generalização da palavra flor realizado por Menegassi (1990) e baseado na explicação de Vigotski (2001). Aquele autor apresenta alguns traços em comuns encontrados nas flores bem como aqueles que as diferenciam e que, conseqüentemente, as caracterizam.

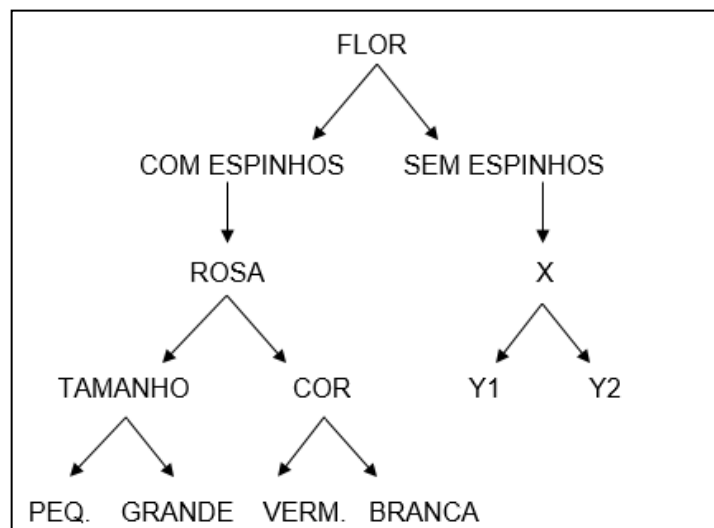
Imagem 1: Conceitos subordinados da palavra flor



Fonte: Menegassi (1990, p.105).

Para o referido autor, “Esses conceitos subordinados estão ligados a uma hierarquia de conceitos de diferentes níveis de generalidade. Há, assim, flores com espinhos que podem ser rosas e este conceito tem uma outra hierarquia, no caso tamanho e cor” (MENEGASSI, 1990, p. 105). O mesmo ocorre com os demais conceitos que possam a vir integrar o sistema de comunalidade.

Imagem 2: Níveis de generalidade da palavra flor



Fonte: Menegassi (1990, p.105).

Percebemos, no esquema de Menegassi (1990), que sua interpretação baseada nas relações de generalidade e comunalidade, apresentadas por Vigotski

(2001), corrobora a explicação deste autor ao declarar que, quando ocorre uma generalização da palavra flor, essa estrutura não se finaliza, mas o novo conceito alinha-se a ela, ampliando o sistema de relações de comunalidade.

Desse modo, as relações de comunalidade e generalidade, nas investigações de Vigotski (2001), apontam para uma hierarquia no desenvolvimento dos conceitos. O conceito de comunalidade apresenta-se como subordinado ou antecedente ao superior, no caso, a generalidade. Cabe ressaltarmos que, apesar de ser subordinado, o conceito de comunalidade é compreendido como a conexão mais natural e importante entre os conceitos uma vez que ela expressa a natureza da forma mais complexa entre os significados (conceitos) (VIGOTSKI, 2001).

Para diferenciarmos a relação de comunalidade da de generalidade, podemos utilizar a analogia, segundo a qual, a comunalidade ocorre quando se colocam, dentro de uma mesma caixa, determinados objetos que possuem alguma relação em comum, e a generalização acontece quando se realiza a etiquetagem dessa caixa. A generalização capta um conceito hierarquicamente superior aos demais, agrupa-os com base na conexão nuclear do objeto. Por exemplo, podemos colocar, em uma caixa, caderno, estojo, régua, agenda, entre outras coisas, e etiquetá-la como materiais escolares. Esses elementos da caixa apresentam como relação nuclear o fato de que todos são utilizados no ambiente escolar, podendo ser generalizados como materiais escolares.

“A medida de generalidade determina não apenas a equivalência dos conceitos, mas também todas as operações intelectuais – comparações, juízos, conclusões – requerem algum movimento dentro da trama de coordenadas” (VIGOTSKI, 2001, p. 153, tradução nossa)²⁸. Conforme atestam as investigações de Vigotski (2001), o significado das palavras (conceitos) não apresenta uma definição acabada, antes, revela-se sempre em movimento que unifica os contrários. Como no exemplo anterior dos materiais escolares, podemos elucidar algumas operações intelectuais possíveis com a generalidade a partir de uma análise mais complexa daquilo que pode ser considerado material escolar. Uma tampinha de garrafa pet, em um primeiro momento, pode ser concebida apenas como um material de plástico

²⁸ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*La medida de generalidad determina no sólo la equivalencia de conceptos sino también todas las operaciones intelectuales posibles con un concepto dado. Todas las operaciones intelectuales -comparaciones, juicios, conclusiones- requieren algún movimiento dentro de la trama de coordenadas*”.

utilizado para vedarmos algum produto da garrafa, contudo também pode ser utilizada no ambiente escolar para outras finalidades como material concreto, na representação de grandezas discretas etc. Então, a tampinha que, inicialmente, não apresentava relação com a escola, após comparações, juízos e conclusões, pode ser considerada um material pedagógico ou escolar. No entanto, continua sendo tampinha, o que mudou é a relação do sujeito com o objeto.

Nessas relações estabelecidas socialmente, revela-se o movimento do conteúdo, considerando os inúmeros significados que um objeto (ou palavra) pode apresentar, e verificamos a variável psicológica que tem de ser significativamente ordenada na combinação do abstrato com o concreto (VIGOTSKI, 2001). Para Moura et al. (2010, p. 86-87),

As abstrações se alcançam por meio do desenvolvimento do objeto e permitem expressar a essência do objeto concreto. Já o concreto é o resultado mental da associação das abstrações e nele o objeto se apresenta em unidade com o todo. Assim, não se entende um conceito como uma abstração; ele é, na verdade, o concreto gerado com base na associação de abstrações.

Com base nessa combinação, nossos estudos têm revelado que o sistema conceitual se engendra a partir da dinâmica do individual e social, bem como do empírico e teórico, por meio do movimento lógico-histórico de criação e desenvolvimento do conceito. Acreditamos que esse processo possibilita identificarmos as categorias expressas nas relações de comunalidade que unificam o significado dos conceitos, por meio de outros, hierarquicamente superiores, sua generalização.

Compreendemos melhor essa assertiva quando localizamos, nas produções de Davíдов (1982, p. 47, tradução nossa), que “[...] Generalizar é efetuar o trânsito mental desde os indícios isolados e singulares dos objetos até os indícios pertencentes a grupos inteiros desses objetos”.

Mas, como esta discussão se relaciona com a organização do ensino? Relaciona-se no sentido de que a organização do ensino está diretamente ligada ao processo de aprendizagem do escolar. Este se apresenta interligado ao desenvolvimento dos conceitos que, por sua vez, ocorre, especialmente, no espaço

educativo (escola). Para Vigotski (2001, p. 218, tradução nossa)²⁹, “[...] os conceitos espontâneos possibilitam o aparecimento dos conceitos não espontâneos por meio da instrução³⁰, que é a fonte de seu desenvolvimento”.

O processo de ensino e aprendizagem ocorre de maneira sistemática no espaço educativo pela transmissão dos conhecimentos historicamente elaborados. Contudo, devemos observar que “[...] a aprendizagem escolar possui uma pré-história, não se inicia no vácuo” (ASBAHR, 2016, p. 172) e inicia-se pelos conceitos espontâneos que “[...] medeiam a relação entre o novo conceito científico e o objeto a que se referem” (VIGOTSKI, 2001, p. 259, tradução nossa)³¹.

Os conceitos espontâneos são gerados na experiência cotidiana das crianças com base em propriedades exclusivamente empíricas dos objetos. Para Asbhar (2016, p. 184), “[...] por meio da comunicação com os outros, há uma generalização e apropriação do significado do objeto (expresso na palavra)”, contudo a organização dessas propriedades não é consciente, sistematizada. Por exemplo, a criança não consegue explicar um conceito cotidiano, como definir o que é um irmão, somente exemplifica aqueles que conhece (ASBAHR, 2016).

O conceito científico, em contrapartida, “[...] começa com a conscientização das características essenciais presentes na definição do objeto. [...] Esse tipo de conceito tem início em uma atividade mediada com o objeto de conhecimento” (ASBAHR, 2016, p. 184) e apresenta o caráter consciente e intencional em uma atividade.

O principal diferencial entre o conceito espontâneo e o não espontâneo (científico) está na ausência de um sistema no primeiro, enquanto que a característica do conceito científico é “[...] a existência de relações dos conceitos entre si, ou seja, um sistema de conceitos” (VIGOTSKI, 2001, p. 217, tradução nossa)³². Nesse sistema, estão contidas as relações essenciais de comunalidade e generalidade dos conceitos entre si. Portanto, essa discussão se relaciona com a organização do ensino enquanto meio adequado para se desencadear os conceitos científicos (criados e

²⁹ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *los conceptos espontáneos posibilitan la aparición de los conceptos no espontáneos a través de la instrucción, que es la fuente de su desarrollo*”.

³⁰ Não utilizamos o termo “instrução” neste trabalho por considerarmos uma tradução que “[...] não consegue transmitir a ideia contida em *obutchenie* – atividade que leva em conta o conteúdo e as relações concretas da pessoa com o mundo” (PRESTES, 2010, p. 185). Usamos o termo “ensino e aprendizagem” pelo fato de o considerarmos mais adequado (PRESTES, 2010).

³¹ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *median la relación entre el nuevo concepto científico y el objeto a que se refieren*”

³² Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *la existencia de relaciones de los conceptos entre sí, es decir, un sistema de conceptos*”.

desenvolvidos por meio das relações dos conceitos entre si) e promover seu desenvolvimento.

Conforme apontado no princípio 5: “As generalizações teóricas para a estruturação da organização do ensino”, entendemos as relações de comunalidade e generalidade representam a unidade essencial para o desenvolvimento psíquico dos estudantes. Por isso, parece-nos lógica a projeção dessas relações em todo o sistema de ensino, desde os anos iniciais de escolarização.

Cabe observar que não negamos que haja desenvolvimento psíquico dos estudantes com a organização do ensino presente nas instituições educacionais brasileiras, entre as quais destacamos a pré-escola e a escola. O que contestamos é a qualidade do pensamento. A partir de 1950, Davídov (1987), vivenciou um contexto histórico e social específico de seu país, na antiga União das Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS), evidenciou a necessidade de se repensar o sistema educacional que estava vigente no momento, com um movimento de reformulação dos currículos, métodos e técnicas de ensino. Com base em suas investigações e experimentos, o autor constatou que a maioria das escolas levava os escolares à formação do pensamento empírico.

Também as investigações realizadas por Locatelli (2015), Locatelli e Moraes (2016), Ferreira (2017), Assumpção (2018), Santos (2020) e Ferreira e Moraes (2021) evidenciaram que as tarefas propostas em materiais didáticos de algumas escolas do norte do Paraná permaneceram na aparência dos conceitos matemáticos, pois os tratavam de forma isolada, assumindo uma direção técnica e repetitiva.

Essa forma de ensino, ao se limitar à sua dimensão aparente e discursiva do objeto, sem revelar seu processo histórico de produção, via para a unidade entre os sistemas de conceitos, se restringe à formação do pensamento empírico, caracterizado pelas generalizações empíricas. Nesse tipo de pensamento permanecem as particularidades dos objetos.

Ou seja, os estudantes são levados a analisar, comparar, classificar diferentes objetos, buscando neles o que há de comum, as propriedades repetidas, estáveis, que parecem constituir-se como essencial na definição dos objetos em análise. Tais procedimentos são organizados levando em conta o caráter visual direto, a percepção dos objetos [...].

Como resultado, ‘as propriedades externas dos objetos, sua aparência, são tomadas como essência’ [...]. Ascende do sensorial-concreto para o mental-abstrato expresso na palavra restringindo-se,

assim, à abstração. Equivocadamente, consideramos que a capacidade para pensar abstratamente é o mais alto nível de desenvolvimento do pensamento (ASBAHR, 2016, p. 185).

Davídov (1988, p. 112, tradução nossa)³³ esclarece que o pensamento empírico é mais fácil pelo motivo de não manifestar a “[...] vinculação interna de seus aspectos particulares”. Isso quer dizer que o pensamento empírico não considera o conceito no movimento de sua criação e desenvolvimento histórico, na constituição dos fenômenos. “Separa-se, assim, o conceito de sua história, formando-se um pensamento organizado pela percepção sensorial, pelo aparente” (ASBAHR, 2016, p. 185).

Em contraposição a isso, as dependências internas, essenciais não podem ser observadas diretamente, pois na existência presente, formada, resultante e desmembrada, elas não estão dadas. O interno se descobre nas mediatizações, em um sistema, dentro do todo, em sua formação [...].

Em consequência, como conteúdo específico do conceito teórico surge a relação objetiva entre o universal e o singular (o integral e o diferente). Em tal conceito, diferentemente do empírico, não está incluído algo que seja igual em cada objeto da classe, mas se descobrem as inter-relações de objetos isolados dentro do todo, dentro do sistema de sua formação (DAVÍDOV, 1988, p. 130-131, tradução nossa)³⁴.

Nesse sentido, Davídov (1988) apresenta que o diferencial entre um pensamento empírico e o pensamento teórico é que, no último, além das abstrações, há relações e conexões essenciais reveladas pelo movimento lógico-histórico de criação e desenvolvimento do conceito científico. Para Asbahr (2016, p. 187), “[...] o pensamento teórico provê as pessoas dos meios universais, historicamente constituídos, de compreensão da essência das mais diversas esferas da realidade. É um pensamento baseado na lógica dialética, que permite conhecer a realidade”. Para Marx (1996, p. 25-26), “O tratamento lógico é também o que melhor possibilita e, no

³³ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *la vinculación interna de sus aspectos y particularidades. Pensar abstractamente es lo más fácil*”.

³⁴ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *En contraposición a esto, las dependências internas, esenciales no puedenser observadas directamente, por cuanto em la existênciã presente, formada, resultante y desmembrada ellas ya no están dadas. Lo interno se descubre em las mediatizaciones, em um sistema, dentro del todo, em su formación.*

Em consecuencia, como contenido específico del concepto teórico aparece la relación objetiva de lo universal y lo singular (lo integral y lo diferente). Em tal concepto, a diferencia del empírico, no está incluído algo que sea igual em cada objeto de la classe, sino que descubren las inter-relaciones de objetos aislados dentro del todo, dentro del sistema de su formación”.

mais fundamental, o único que possibilita alcançar aquele nível da essência em que se revelam as leis do movimento da realidade objetiva”.

Nessa perspectiva, diferentemente do pensamento empírico, apreendido pela percepção sensorial, o pensamento teórico está subordinado às conexões internas, que não são captadas diretamente, mas, unicamente, de maneira mediada. Por isso, “[...] o objeto só pode ser compreendido como totalidade, não como somatória de partes. Torna-se necessário descobrir as interrelações [sic] dos objetos dentro de um sistema” (ASBHAR, 2016, p. 186).

Por esse ângulo, consideramos que o conhecimento científico, por apresentar um sistema, apresenta os conceitos adequados para o ensino com vistas à formação do pensamento teórico dos estudantes. Portanto, vale o estudo acerca do sistema de conceitos a fim de identificarmos como ele se relaciona com o desenvolvimento psíquico do sujeito e com a estruturação do ensino nos anos iniciais de escolarização.

3.1 Conceitos e sistema de conceitos

Antes de adentrarmos nos conceitos e no sistema de conceitos, não podemos deixar de mencionar que a compreensão desses resulta do caminho de análise investigativo, defendido por Vigotski (2001), sobre a relação entre o pensamento e a linguagem. Diferente dos métodos de investigação desenvolvidos em sua época, que consideravam os estudos das funções psicológicas separadamente, como elementos isolados do todo, Vigotski (2001) utiliza a análise baseada no estudo por unidades e não elementos. “Quando falamos de unidade nos referimos a um produto de análise que, contrariamente à dos elementos, conserva todas as propriedades básicas do todo e não pode ser dividido sem perdê-las”. (VIGOTSKI, 2001, p. 25, tradução nossa)³⁵. Assim, a linguagem e o pensamento, quando analisados separadamente, fazem perder-se as características resultantes da ligação que há entre ambos, essencialmente, perde-se a relação que os constituiu.

³⁵ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*Cuando hablamos de unidad nos referimos a un producto del análisis que, contrariamente al de los elementos, conserva todas las propiedades básicas del total y no puede ser dividido sin perderlas*”.

No movimento inverso, mediante o que denominou de unidade de análise, Vigotski (2001) considera a linguagem o principal fenômeno do pensamento humano, sustenta essa assertiva com base em sua investigação experimental e análise teórica que revelam o significado da palavra como a unidade entre as funções da linguagem e do pensamento (VIGOTSKI, 2001). Por essa razão,

[...] o método que devemos seguir em nossa exploração da natureza do pensamento verbal é o da análise semântica – o estudo do desenvolvimento, o funcionamento e a estrutura desta unidade que contém pensamento e linguagem interrelacionados (VIGOTSKI, 2001, p. 26, tradução nossa)³⁶.

O entendimento de como a análise semântica se apresenta na formação e desenvolvimento de conceitos e sistema de conceitos perpassa pela função primeira da linguagem, isto é, a comunicação, a transmissão racional e intencional da experiência e do pensamento ao outro, o intercâmbio social originado no e pelo trabalho coletivo. Como já discutimos, o meio para essa transmissão é o signo, (a palavra, o som, os gestos, entre outros), além disso, para Vigotski (2001, p. 27, tradução nossa)³⁷, “[...] a verdadeira comunicação requer significado, ou seja, tanto generalização como signos” que, posteriormente, se transformam em símbolos.

Para elucidar seu ponto de vista, o autor utiliza-se da explicação do linguista alemão Eduardo Sapir que discutia “[...] alguns dos problemas e críticas dirigidos ao conceito de cultura” (GONÇALVES, 2021, p. 26), destacando determinadas dimensões fundamentais da vida sociocultural, como a sua dimensão da experiência individual:

Segundo a penetrante descrição de Eduardo Sapir, o mundo da experiência pode ser bastante simplificado e generalizado antes de ser traduzido em símbolos. Só assim é possível a comunicação, pois a experiência individual reside unicamente em sua própria consciência e é, estritamente falando, incomunicável. Para se tornar transmissível, deve ser incluído em uma determinada categoria, que por convenção tácita, a sociedade humana considera como uma unidade. Assim, **a verdadeira comunicação pressupõe uma atitude generalizadora**, que é um estágio avançado no desenvolvimento do significado das

³⁶ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *el método que debemos seguir en nuestra exploración de la naturaleza del pensamiento verbal es el del análisis semántico -el estudio del desarrollo, el funcionamiento y la estructura de esta unidad que contiene al pensamiento y al lenguaje interrelacionados*”.

³⁷ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *la verdadera comunicación requiere significado, o sea, tanto generalización como signos*”.

palavras. Formas superiores de troca humana só são possíveis porque o pensamento do homem reflete uma realidade conceitualizada (VIGOTSKI, 2001, p 27, tradução e grifos nossos)³⁸.

Ao considerarmos o significado da palavra como uma unidade que abarca tanto o pensamento como o intercâmbio social, temos acesso a uma análise verdadeira (causal-genética) de sua origem e desenvolvimento. Conforme a citação, compreendemos que uma palavra, inicialmente simples, como mãe, por exemplo, representa, de modo simplificado, para a criança pequena, sua experiência com aquela que a alimenta, limpa, coloca para dormir, cuida etc. e que, de modo generalizado, se traduz na palavra mãe.

Conforme a criança vai crescendo e se desenvolvendo, a palavra mãe ganha novos significados, representa uma mulher cuidadora, reprodutora, com características próprias etc. Nos dois momentos exemplificados, mãe apresenta diferentes níveis de generalidade, “[...] uma típica combinação do concreto e do abstrato” (VIGOTSKI, 2001, p. 152, tradução nossa)³⁹.

Neste momento, vale reportarmos ao que Vigotski (2001), de modo analógico, exemplificou sobre a localização de um conceito na sua abstração mais elevada e seu lugar objetivo na realidade. Com base na medição do globo terrestre a partir de suas coordenadas geográficas – a longitude e a latitude –, explica que a primeira representa

[...] a natureza do próprio ato do pensamento, do próprio englobamento dos objetos nos conceitos, do ponto de vista da unidade do concreto e do abstrato nele contido. A latitude do conceito caracterizará primeiro a relação do conceito com o objeto, o ponto de aplicação do conceito a um determinado ponto da realidade (VIGOTSKI, 2001, p. 154, tradução nossa)⁴⁰.

³⁸ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*De acuerdo a la penetrante descripción de Eduardo Sapir el mundo de la experiencia puede ser ampliamente simplificado y generalizado antes de traducirse en símbolos. Sólo de esta forma se hace posible la comunicación, puesto que la experiencia individual reside únicamente en su propia conciencia, y es, estrictamente hablando, no comunicable. Para convertirse en transmisible debe ser incluida en una determinada categoría, que por convención tácita, la sociedad humana considera como una unidad. De este modo, la comunicación verdadera presupone una actitud generalizadora, que es una etapa avanzada en el desarrollo del significado de las palabras. Las formas superiores del intercambio humano son posibles sólo porque el pensamiento del hombre refleja una realidad conceptualizada*”.

³⁹ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *una típica combinación de lo concreto y lo abstracto*”.

⁴⁰ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *la naturaleza del propio acto del pensamiento del propio abarcamiento de los objetos en los conceptos, desde el punto de vista de la unidad de lo concreto y lo abstracto encerrada en él. La latitud del concepto caracterizará en primer lugar la relación de éste hacia el objeto, el punto de aplicación del concepto a un determinado punto de la realidad*”.

Sob essa ótica, podemos compreender que a palavra mãe, no primeiro momento, refere-se ao ponto de aplicação do conceito à realidade, à latitude, ou seja, trata-se da relação da criança com a mãe de forma prática, objetiva, direta, como mencionamos: alimenta-a, limpa-a, veste-a, coloca-a para dormir. A criança poderia prolongar essa série, pois as palavras novas não apresentam dificuldade. Mas, ela ainda não assimila a palavra “cuidadora” que, conforme consolidado na longitude, se trata de um conceito mais geral, que engloba as palavras mencionadas. Assimilar essa nova palavra significa

[...] dominar a relação de comunalidade, adquirir o primeiro conceito superior, que inclui toda a série de conceitos mais particulares subordinados a ele, dominar uma nova forma de movimento dos conceitos não só no plano horizontal [latitude], mas também no plano vertical [longitude] (VIGOTSKI, 2001, p. 154, tradução nossa)⁴¹.

Como no exemplo da palavra mãe, percebemos a concepção de Vigotski (2001) de que, inicialmente, a palavra é uma generalização do tipo mais elementar. Conforme a criança vai se desenvolvendo, passa da generalização elementar às formas cada vez mais elevadas de generalização. Para o autor, esse processo culmina na formação de autênticos e verdadeiros conceitos (VIGOTSKI, 2001). Logo, corroboramos sua afirmação categórica de que

[...] o significado da palavra não é mais que uma generalização ou um conceito [...]. Generalização e significado da palavra são sinônimos. Toda generalização, toda formação de um conceito constitui o mais específico, mais autêntico e mais indubitável ato do pensamento (VIGOTSKI, 2001, p. 289, tradução nossa)⁴².

Diante disso, consideramos que o **conceito é o verdadeiro significado da palavra, um complexo ato do pensamento, uma generalização ligada ao seu desenvolvimento causal-genético.**

⁴¹ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *dominar la relación de comunalidad, adquirir el primer concepto superior, que incluye toda la serie de conceptos más particulares subordinados a él, dominar una nueva forma de movimiento de los conceptos no sólo en el plano horizontal, sino también en el plano vertical*”.

⁴² Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *el significado de la palabra no es más que una generalización o un concepto [...]. Generalización y significado de la palabra son sinónimos. Toda generalización, toda formación de un concepto constituye el más específico, más auténtico y más indudable acto de pensamiento*”.

Os estudos de Vigotski (2001, p. 2017, tradução e grifos nossos)⁴³ apontam que um sistema de conceitos se revela como as “[...] **relações dos conceitos entre si**” nas dependências do movimento lógico-histórico de determinado conteúdo objetual, na dinâmica de sua estruturação, desenvolvimento e transformação dos fenômenos. O sistema de conceitos apresenta uma relação dialética entrelaçado aos nexos “dinâmico-causais” e/ou “causal genético” que atuam como o elo ou a conexão entre os conceitos, formando uma estrutura (sistema), em interdependência com a produção – criação e desenvolvimento – dos meios para satisfazer as necessidades humanas.

Dessa forma, o processo de desenvolvimento dos conceitos ou dos significados das palavras ocorre com a transição de uma estrutura de generalização à outra, e estes não são assimilados de modo simples e direto (VIGOTSKI, 2001). Trata-se de um complexo ato do pensamento porque perpassa por processos psíquicos complexos (atenção voluntária, memória lógica, abstração etc.), diretamente ligado à relação do sujeito com o mundo.

Veremos, no próximo item, como esses processos psíquicos da consciência interagem com cada período de desenvolvimento humano a fim de percebermos sua relação com as fases de desenvolvimento dos conceitos; devemos observar que são dois processos interligados que necessitamos considerar na organização do ensino.

3.2 Relações interfuncionais da consciência

Identificar as leis gerais de desenvolvimento infantil ou da psique humana foi objeto de várias investigações realizadas por diversos pesquisadores na área da psicologia e, também, da educação. A pesquisa realizada por Vigotski (1896-1934) e Rubinstein (1889–1960), continuada por Leontiev (1903-1979), Luria (1902-1978) entre outros, aponta que a relação da criança com a realidade social e a mudança de significação do lugar social que ela ocupa impulsionam seu desenvolvimento psíquico.

⁴³ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *relaciones de los conceptos entre sí, es decir, un sistema de conceptos*”.

Na obra “Sete aulas de L. S. Vigotski sobre os fundamentos da pedologia”, Vigotski (2018), em sua quinta aula, ao abordar sobre as leis gerais do desenvolvimento psicológico da criança, afirma que a diferença entre certas idades representa períodos específicos no desenvolvimento desta. Contudo, a idade não define o seu desenvolvimento, mas as relações entre certas funções psicológicas se alteram e se reestruturam em determinada etapa de desenvolvimento.

Como pontua Martins (2007, p. 79), quando nos referimos ao desenvolvimento infantil, “[...] não estamos nos referindo a uma sucessão natural, linear e mecânica de experiências desarticuladas, mas sim, a uma formação que correlaciona e complexifica atividades mediadas socialmente”. Desse modo, destacam-se o caráter social do desenvolvimento bem como o fato de que cada período da vida como correspondente a determinada atividade que impulsiona e orienta o desenvolvimento da criança.

Para explicar essas mudanças funcionais e estruturais que caracterizam o desenvolvimento psicológico do ser humano, Vigotski (2018) afirma que, ao analisarmos o desenvolvimento em geral, é necessário compreendermos o homem como um sistema único e complexo, que não se desenvolve de forma homogênea em todos seus aspectos. “Os distintos aspectos têm diferentes significados, momentos e pesos específicos; aspectos distintos têm interdependências distintas [...] **se encontram numa determinada relação, numa determinada dependência uns dos outros**” (VIGOTSKI, 2018, p. 93, grifos do autor). Por isso, convém desmembrarmos o processo geral de desenvolvimento para analisarmos as regularidades que orientam o desenvolvimento do sujeito. Para o autor, a principal regularidade do desenvolvimento consiste

[...] no fato de que, no decorrer deste, se alteram e crescem não apenas certas funções psicológicas, mas principalmente mudam as correlações entre elas, pois existe uma especificidade no sistema de relações entre as funções para cada etapa etária. **Na passagem de uma idade para a outra, muda, em primeiro lugar, o sistema de relação entre as funções, e o desenvolvimento de cada função em separado depende do sistema em que ela se desenvolve** (VIGOTSKI, 2018, p. 95, grifos do autor).

Para Vigotski (2018), a lei de desenvolvimento do organismo humano também se aplica ao desenvolvimento psicológico, isto é, um todo determina o

desenvolvimento das partes. No caso, o desenvolvimento da consciência como o todo determina o desenvolvimento das partes, de cada função isoladamente.

Assim, não ocorre simplesmente o desenvolvimento da memória, da atenção, do pensamento isoladamente, mas do conjunto das mudanças surge um desenvolvimento comum da consciência, uma mudança na consciência como resultado do desenvolvimento de certas funções. Na realidade, acontece algo pelo caminho inverso – exatamente a mudança da consciência como um todo, ou seja, a reestruturação das relações entre funções isoladas leva ao fato de que cada função é posta em condições específicas de desenvolvimento (VIGOTSKI, 2018, p. 95).

Para elucidar o movimento inverso, Vigotski (2018) apresenta o desenvolvimento do bebê e afirma que, nesse período, a consciência não se diferencia do seu aspecto funcional, mas apresenta **o germe** das futuras funções. A memória do bebê tem a capacidade de assimilar e recordar todas as qualidades básicas e elementares do mundo. Por exemplo, quando se alimenta, o bebê estabelece uma relação afetiva com o alimento e com o que vê, seja doce, amargo ou duro, macio, respectivamente. Mas, a sua memória enquanto tal não existe. Um bebê não se recorda, não conserva nenhuma memória desse período, isso se por que sua relação com a consciência não é diferenciada. É como um embrião: em sua célula há os futuros órgãos e tecidos da criança - “[...] **na consciência, temos, indiferenciadamente as futuras funções que devem se desenvolver, que ainda não se indiferenciaram, não se desenvolveram**” (VIGOTSKI, 2018, p. 97, grifos do autor).

Posteriormente, o autor faz uma analogia entre a consciência e o desenvolvimento motor. De início, surgem no bebê alguns movimentos enquanto reflexos isolados, em seguida, os reflexos começam a se ligar em grupos cada vez maiores até surgirem os movimentos globais. Vigotski (2018) relata que algumas investigações mostraram que um bebê, com fome, se curva com o corpo inteiro na direção de um alimento agradável. No caso de um alimento desagradável, amargo, ele se curva em sua direção oposta. “Esse é um movimento de um todo, não é diferenciado, não está fragmentado em movimentos de certos órgãos” (VIGOTSKI, 2018, p. 98). Aos poucos, nesse movimento começam “[...] **a se destacar os movimentos diferenciados das pernas, dos braços e dos pés**” (VIGOTSKI, 2018, p. 98, grifos do autor).

De natureza igual, o desenvolvimento da consciência do bebê, inicialmente, ´indiferenciada, não desenvolvida, ocorre como um todo integrado. Mais tarde, as funções psicológicas como memória, atenção, pensamento, entre outras, se desenvolverão e se diferenciarão. Na primeira infância, apresenta-se “[...] **um grupo de funções que ainda está insuficientemente diferenciado internamente e ocupa lugar dominante na relação a todas as outras funções**” (VIGOTSKI, 2018, p. 98, grifos do autor). Essa função denomina-se de percepção afetiva.

Se antes a consciência era um todo indiferenciado, agora as funções começam a se dividir e agir em relação de submissão e dependência à percepção ligada às emoções. “A forma predominante da memória infantil que permanece é a que se manifesta de modo indiferenciado da percepção, ou seja, do reconhecimento” (VIGOTSKI, 2018, p. 99). A memória age somente enquanto participa da atividade de percepção, por isso, ela é subordinada à percepção. Ela [a memória] ainda não é encontrada como algo que a criança tentou memorizar.

O mesmo ocorre com o pensamento e a emoção. O pensamento se reduz à ação prática, ao concreto-visual, ou seja, a criança pensa no limite do que é percebido. Sua emoção também se manifesta nesse limite: ela não fica triste porque no futuro sofrerá, mas, fica triste porque, agora, o médico lhe aplicará uma injeção. Tais funções apresentam diferentes graus de diferenciação, contudo se submetem à percepção por esta apresentar maior grau de diferenciação.

Diante dessa explicação, Vigotski (2018, p. 101) aponta a primeira lei de desenvolvimento regular da função: “[...] **em cada etapa etária, diferentes funções em distintos graus estão separadas da consciência como um todo e são diferenciadas internamente em diferentes graus**”. A segunda lei é decorrente da primeira:

A função que se diferencia nessa idade não adquire simplesmente uma dependência relativa da consciência como um todo, mas ocupa um lugar central em todo o seu sistema, se apresenta na qualidade de função dominante que determina, em certa medida, a atividade de toda consciência (VIGOTSKI, 2018, p. 102).

A função se separa para poder ocupar uma posição de atividade dominante de todo o resto indiferenciado. Como no caso da primeira infância, a percepção domina as funções restantes pouco diferenciadas. Na idade seguinte, a pré-escolar, as

funções são mais diferenciadas. Em vista disso, a função dominante ou central terá menor precisão nessa relação, porém a consciência se estrutura hierarquicamente.

A separação de cada função significa uma alteração da atividade da consciência como um todo. Então, ocorre não apenas a distinção ou a diferenciação de uma dada função. **Graças a uma função que se destacou, a consciência em sua totalidade adquire uma nova estrutura, um novo tipo de atividade,** uma vez que aquela função começa a predominar (VIGOTSKI, 2018, p. 102, grifos do autor).

Por essa razão, surge um sistema específico de relações interfuncionais, em cada etapa etária, que nunca são iguais para funções diferentes. O período de maior desenvolvimento de uma função ocorre quando há amadurecimento da percepção, quando a função se diferencia do restante da consciência, tornando-se dominante. “A lei geral de desenvolvimento afirma que **cada função, sistema e aspecto do desenvolvimento tem o seu período ideal e mais intenso**” (VIGOTSKI, 2018, p. 104, grifos do autor). Considerar o período **ideal** de desenvolvimento de cada função psíquica e as necessidades de aprendizagem da criança são pressupostos essenciais para que o professor dê o direcionamento adequado ao processo de educação, como orienta Leontiev (2004, p. 290, grifos do autor):

As aquisições do desenvolvimento histórico das aptidões humanas não são simplesmente *dadas* aos homens nos fenômenos objetivos da cultura material e espiritual que os encarnam, mas são aí apenas *postas*. Para se apropriar destes resultados, para fazer deles as suas aptidões, ‘os órgãos da sua individualidade’, a criança, o ser humano, deve entrar em relação com os fenômenos do mundo circundante através doutros homens, isto é, num processo de comunicação com eles. Assim, a criança *aprende* a atividade adequada. Pela sua função, este processo é, portanto, um processo de *educação*.

Nessa direção, reafirmação a tese de que o ensino organizado considerando o sistema de conceitos engendrados por seu movimento lógico-histórico de produção e desenvolvimento possibilita a formação das bases do pensamento teórico dos escolares.

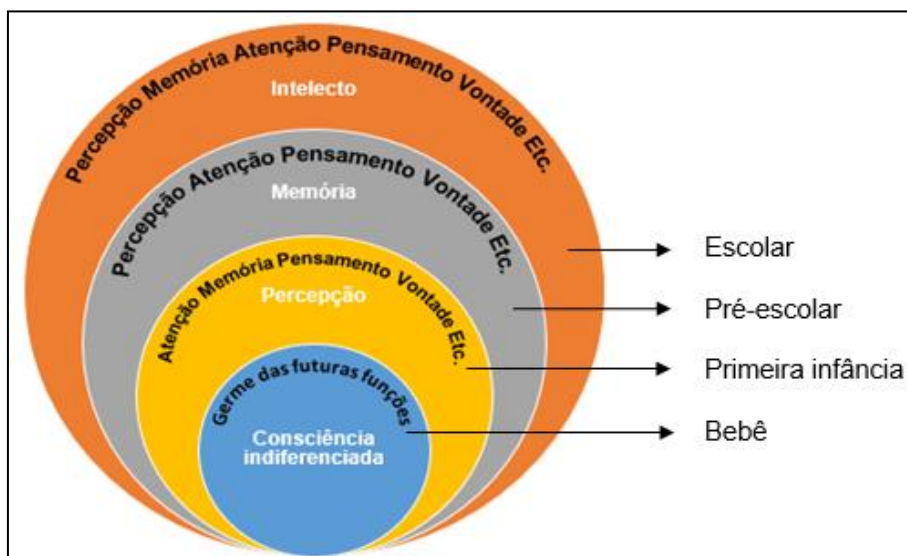
Na idade escolar, período em que focamos esta pesquisa, a situação se torna mais complexa porque, como vimos, há uma função (percepção) que domina as demais funções em determinado sistema. Conforme Vigotski (2018, p. 106) observa, “[...] uma coisa é passar da consciência indiferenciada para um sistema primário

simples e outra é passar de um sistema para o outro”. Na mudança de sistema, é necessário que a nova função passe a “ressubordinar” a dependência das outras funções à percepção, para ela mesma. Assim, deve haver uma nova reestruturação do sistema.

Em cada nova etapa, reestruturam-se todas as relações funcionais. Sim; antes elas eram subordinadas à percepção; depois, à memória; em seguida, na idade escolar, ao intelecto etc. Nessa reestruturação das relações interfuncionais é que ocorre a sua diferenciação, ou seja, **uma série inteira de funções se diferencia de forma muito útil e precisa sem passar por uma situação dominante** (VIGOTSKI, 2018, p. 108-109, grifos do autor).

Na tentativa de elucidar as relações funcionais e a função dominante nas diferentes etapas etárias de desenvolvimento infantil, elaboramos a imagem a seguir, tendo como eixo geral a mudança de estrutura da consciência:

Imagem 3: Relações funcionais da consciência



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Para o autor, com o bebê entendíamos a consciência em um círculo indiferenciado, com a primeira infância, haverá uma divisão entre centro e periferia. “No centro estará a percepção diretamente ligada às emoções, e **todas as outras atividades já começam a agir por meio da percepção**” (VIGOTSKI, 2018, p. 108-109, grifos do autor). Da primeira infância para a idade pré-escolar, verificamos que há, de antemão, um sistema, e, nessa transição, a consciência se estrutura

hierarquicamente, “[...] todas as outras funções agem de forma subordinada e em situação de dependência da nova função dominante, a memória” (VIGOTSKI, 2018, p. 107). O processo se repete com a passagem da idade pré-escolar para a escolar, contudo com aumento e complexidade das ligações interfuncionais, isto é, da atividade consciente.

Por meio dessas relações interfuncionais da consciência percebemos sua relação com cada período de desenvolvimento humano como também com as fases do pensamento desenvolvidas ao longo do percurso genético: pensamento sincrético, pensamento por complexo e pensamento por conceitos⁴⁴.

O **pensamento sincrético** está presente nos anos iniciais de vida da criança e, como vimos, nesse período existem funções que estão insuficientemente diferenciadas, mas há o predomínio da percepção sobre as demais funções. Por esse motivo, podemos entender por que a criança agrupa objetos com base em suas impressões externas, intuitivas e subjetivas. Como a função da memória ainda não está plenamente diferenciada nesse momento, a criança não consegue conservar os aspectos nominativo e semântico da palavra.

Por isso, a síncrese – visão caótica e fragmentada da realidade própria do senso comum – é característica da forma de pensamento e não da fala da criança, pois, apesar de ela usar as mesmas palavras que um adulto, dá-lhes um significado distinto do que lhe dá o adulto (SERCONEK, 2018, p. 57).

As experiências adquiridas na primeira infância e a chegada de um novo momento na vida da criança, o período pré-escolar, promovem mudanças significativas no pensamento desta, e este passa a ser por **complexo**. Observamos que, nesse período, predomina a memória em relação às demais funções. Em razão disso, a criança consegue realizar os primeiros agrupamentos de objetos e signos linguísticos com base no pensamento concreto-factual. “O pensamento complexo inicia a unificação de impressões dispersas organizando os elementos desunidos da experiência em grupos e, assim, cria bases para generalizações posteriores”

⁴⁴ Em Vigotski (2001), cada uma dessas fases é explicada com maior profundidade.

(VIGOTSKI, 2001, p. 111, tradução nossa)⁴⁵. Esse pensamento se desenvolve em cinco estágios.

No primeiro, denominado de pensamento complexo associativo, a criança utiliza-se de atributos do campo visual/concreto e associa as características sensoriais comuns entre os objetos tais como cor, forma, tamanho etc.

O segundo estágio, conhecido como pensamento complexo por coleção, há o agrupamento de objetos de acordo com algum significado funcional, extraído da experiência prática da criança. Por exemplo, aparecem, na composição dessa coleção, calça, blusa, jaqueta etc.

No terceiro estágio, o pensamento em cadeia representa não apenas um núcleo único de relações, mas uma conexão associativa entre diferentes elementos que não, necessariamente, estão associados ao modelo inicial. Vigotski (2001, p. 142-143, tradução nossa)⁴⁶ apresenta um exemplo desse estágio: “[...] se a amostra experimental for um triângulo amarelo, a crianças começa escolhendo várias figuras triangulares; então, se a última figura escolhida for azul, selecionará depois dela outras figuras azuis”. Assim, o significado da palavra é modificado ao longo dos elos da cadeia do complexo.

Outro estágio se refere ao pensamento por complexo difuso. Vigotski (2001, p. 144, tradução nossa)⁴⁷ afirma que, nesse estágio, “Às vezes, a relação entre os atributos não é estabelecida pela sua semelhança real, mas por uma vaga e distante impressão de comunalidade entre eles”. Por exemplo, apresentando para a criança um triângulo amarelo, ela “[...] escolhe não apenas triângulos, mas também trapézios, porque eles o lembram de um triângulo com o vértice truncado; depois dos trapézios, poderia adicionar quadrados, depois dos quadrados, hexágonos [...]” (VIGOTSKI, 2001, p. 144, tradução nossa)⁴⁸. As generalizações criadas no pensamento da criança ultrapassam o campo visual/concreto, pois sua relação com a realidade objetiva é ilimitada.

⁴⁵ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*El pensamiento complejo comienza la unificación de las impresiones dispersas organizando en grupos los elementos desunidos de la experiencia, y crea así bases para generalizaciones posteriores*”.

⁴⁶ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *si la muestra experimental resulta ser un triángulo amarillo, niño comenzará eligiendo varias figuras triangulares; a continuación, si la última figura elegida fue de color azul, seleccionará tras ella otras figuras azules*”.

⁴⁷ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*A veces, la relación entre los atributos se establece no por su semejanza real, sino por una lejana y vaga impresión de comunalidad entre ellos*”.

⁴⁸ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *elige no sólo triángulos, sino también trapecios, porque le recuerdan un triángulo con el vértice truncado; tras los trapecios, podría añadir cuadrados, tras los cuadrados, hexágonos [...]*”.

O último estágio de desenvolvimento do pensamento por complexo é denominado de pseudoconceito. Essa denominação procede do fato de que o pensamento da criança “[...] recorda em sua aparência externa aos conceitos utilizados pelo adulto em sua atividade intelectual, na essência da sua natureza psicológica é muito diferente do verdadeiro conceito” (VYGOTSKI, 2001, p. 146, tradução nossa)⁴⁹.

A terceira fase do desenvolvimento do pensamento é realizada pelos conceitos potenciais que apresentam como característica uma atribuição prática diante de um repertório de objetos e o processo de abstração em que se baseiam. Ainda não são considerados conceitos, mas podem vir a ser (VIGOTSKI, 2001).

Os verdadeiros conceitos constituem a quarta e última fase do desenvolvimento do pensamento. O conceito surge quando uma série de atributos que foram abstraídos se sintetizam “[...] e quando a síntese abstrata alcançada dessa forma se torna a forma fundamental de pensamento, através da qual a criança percebe e atribui significado à realidade que o cerca” (VIGOTSKI, 2001, p. 169, tradução nossa)⁵⁰. Vigotski (2001, p. 169, tradução e grifos nossos)⁵¹ explica que “[...] a criança atinge o **pensamento em conceitos** no final da terceira fase de seu desenvolvimento intelectual e isso só acontece na adolescência”. Contudo, convém sinalizarmos que o pensamento teórico não se refere tão somente ao “resultado”, mas ao processo dialético de desenvolvimento do pensamento como um todo, resultante da forma ulteriormente determinada de como este se eleva do abstrato ao concreto (no pensamento), procedentes das conexões do conceito em desenvolvimento (MARX, 1996).

Ao considerarmos que, nas fases anteriores do pensamento, a criança realiza generalizações baseadas nas características externas e aparentes dos objetos, uma vez que a atenção, a percepção, a memória, entre outras funções, encontram-se mediadas por signos externos, no pensamento, por conceitos; as funções psíquicas superiores, as generalizações são orientadas e mediadas por conceitos que carregam determinado sistema do seu conteúdo objetual. Nesse sentido, “[...] no processo de

⁴⁹ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] recuerda en su f externa a los conceptos utilizados por el adulto en su actividad intelectual, en la esencia de su naturaleza psicológica es muy diferente del verdadero concepto”.

⁵⁰ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] y cuando la síntesis abstracta conseguida de ese modo se convierte en la forma fundamental del pensamiento, a través de la cual el niño percibe y atribuye sentido a la realidad que le rodea”.

⁵¹ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] el niño alcanza el pensamiento en conceptos al culminar la tercera fase de su desarrollo intelectual y eso ocurre tan sólo en la adolescência”.

formação do verdadeiro conceito o escolar não se prende ao caráter externo e aparente como no pensamento por complexo, mas nas características que revelam a essência dos objetos” (MOYA, 2015, p. 44) ou fenômenos sociais.

Após apresentarmos a discussão sobre as relações interfuncionais da consciência e sua ligação com as fases de desenvolvimento do pensamento e do conceito, podemos dizer que a relação da criança com realidade objetiva bem como os momentos de diferenciação de determinadas funções psíquicas são determinantes para a organização do ensino que se adianta ao desenvolvimento. Com esse entendimento visamos por meio de uma organização adequada do ensino, fundamentada no sistema de conceitos, colocar em efetivo movimento os conceitos geométricos, como base para a formação do pensamento teórico nos escolares dos anos iniciais. Para tanto, faz parte dessa organização do ensino compreender e identificar o Nível de Desenvolvimento Real (NDR) do escolar para atuarmos em sua Zona de Desenvolvimento Próximo (ZDP)⁵².

Ao NDR pertence às funções psíquicas já consolidadas na criança. Apoiada em suas habilidades já dominadas ela consegue realizar sozinha ações e operações das atividades que lhe são propostas. Portanto, nesse nível não há necessidade de que outra pessoa a ajude. Por outro lado, a ZDP se refere aos processos mentais que ainda estão em formação na criança e, para se consolidarem, é necessária a intervenção de outra pessoa mais experiente que o ajude a conhecer e agir sobre a realidade que o cerca (FERREIRA, p. 34-35).

Para reforçarmos essa questão, no próximo item abordaremos o lugar social da criança considerando sua atividade dominante a fim de identificarmos o que ela já sabe e o que deve aprender.

3.3 O lugar social da criança

A partir do postulado de Vigotski (2001) sobre as características psicológicas da criança em diferentes etapas do seu desenvolvimento, diversos estudiosos se aprofundaram sobre a periodização do desenvolvimento da psique do sujeito, tais

⁵² Em Vigotski (2001), o NDR e a ZDP são discutidos de modo mais aprofundado.

como Leontiev (1978), Elkonin (1986) e Davídov (1988). Os estudos de Leontiev (1978, p. 287) revelam que é necessário observarmos, primeiramente, “[...] que no decurso do desenvolvimento da criança, sob a influência das circunstâncias concretas da sua vida, o lugar que ela ocupa objetivamente no sistema das relações humanas muda”. Podemos dizer que, **nos diferentes momentos da relação do sujeito com a realidade objetiva, revelam-se o seu lugar social, o tipo de atividade principal ou dominante que orienta o curso do seu desenvolvimento.**

É, porém, evidente que esse lugar não determina por si só o desenvolvimento. Ele caracteriza simplesmente o nível atingido num dado momento. [...] no estudo do desenvolvimento do psiquismo da criança, devemos partir da análise do desenvolvimento da sua atividade tal como ela se organiza nas condições concretas de sua vida. Só uma tala *démarche* permite determinar a parte das condições de vida exteriores da criança e das disposições que ela possui. Partindo da análise do conteúdo da atividade que se desenvolve na própria criança, só essa *démarche* permite compreender o papel primordial da educação que age justamente sobre a atividade da criança, sobre as suas relações com a realidade e determina também o seu psiquismo, a sua consciência (LEONTIEV, 2004, p. 291-292, grifos do autor).

Nesse sentido, convém que a atividade de ensino do professor esteja alinhada à atividade principal do sujeito, uma vez que, “[...] para compreender o desenvolvimento do psiquismo da criança, deve-se partir da análise do desenvolvimento da sua atividade, tal como ela se organiza nas condições de sua vida” (MORAES, 2008, p. 92). Em busca disso, vale examinarmos o lugar social do sujeito em diferentes períodos de sua vida.

Quando a criança nasce, ela tem o germe das futuras funções psíquicas; em seus primeiros anos de vida (primeira infância), há o predomínio da atividade de comunicação emocional direta ligada à função da percepção que se consubstancia na esfera motivacional e das necessidades, na esfera das possibilidades técnicas e operacionais com a atividade objetal manipulatória (LAZARETTI, 2013)⁵³. Em consonância com o que apresentamos e assegurado por Elkonin (1986), esse período corresponde à fase do pensamento sincrético.

No período pré-escolar, segundo Leontiev (1978), a criança relaciona-se em dois círculos sociais. O primeiro círculo se refere à sua família, na qual as relações

⁵³ Em Elkonin (1986) e Lazaretti (2013), esses períodos são explicados com maior riqueza de detalhes.

vivenciadas com seus membros determinam as suas relações com os demais. O segundo círculo, mais amplo, envolve as demais pessoas. Como já informamos, a relação da criança com o outro é mediatizada pela relação constituída no primeiro círculo. Contudo, as relações da criança na creche, com o professor desse período, destacam-se como um pequeno círculo particular de sua relação íntima, uma vez que é notável a necessidade de que a intervenção do professor se volte para ela, pessoalmente, em comparação com os demais colegas da sua idade.

Esse período representa um novo momento na vida da criança e é marcado “[...] pela mudança de motivos nas ações com os objetos para reproduzir, por meio dessa ação, as atividades realizadas pelo adulto” (LAZARETTI, 2013, p. 58). Para reproduzir essa relação do objeto com o adulto, ela utiliza-se da brincadeira e do jogo de papéis: “[...] a criança desenvolve a capacidade de substituir objetos reais por outros que adquirem um caráter simbólico e essa aprendizagem assegura a possibilidade de dominar signos sociais, que é essencial para o desenvolvimento psíquico” (LAZARETTI, 2013, p. 59), uma vez que ela começa a generalizar objetos incorporando o significado das palavras. Conforme apresentamos, essa generalização torna-se possível porque, no período pré-escolar, as funções são mais diferenciadas, destacando que a função dominante é a memória.

Leontiev (1978, p. 18) afirma que, examinando essas relações particulares da criança, descobrimos o seu fundamento geral: “[...] é a posição real da criança a partir da qual ela descobre o mundo das relações humanas, posição condicionada pelo lugar objetivo que ela ocupa nestas relações”. Com a entrada da criança na escola, verificamos uma reorganização de todo o sistema das suas relações vitais:

O essencial não é evidentemente o fato de ela ser obrigada a fazer qualquer coisa: ela já tinha obrigações antes de entrar para a escola. O essencial é que doravante as suas obrigações não são apenas para com os pais e o educador; são objetivamente obrigações relativas à sociedade. Da sua realização dependerão o seu lugar na vida, a sua função e o seu papel social e, portanto, como consequência, todo o conteúdo da sua vida (LEONTIEV, 1978, p. 19).

Ao ter como centralidade o mundo das pessoas e a aquisição de novos conhecimentos, a criança movimenta-se da atividade de jogo de papéis para a atividade de estudo (ELKONIN, 1986). Nesse momento, há uma nova estruturação da consciência da criança com maior diferenciação da atenção e memorização. Podemos

identificar que, nesse momento, a criança ainda realiza o pensamento por complexos, pois suas generalizações são baseadas nas características externas e aparentes dos objetos inseridos em sua realidade objetiva.

[...] evidentemente que este lugar não determina por si só o desenvolvimento. Ele caracteriza simplesmente o nível atingido num dado momento. O que determina diretamente o desenvolvimento do psiquismo da criança é a sua própria vida, o desenvolvimento dos processos reais desta vida, por outras palavras, o desenvolvimento desta atividade depende por sua vez das condições em que ela vive (LEONTIEV, 1978, p. 291).

A passagem para a última idade escolar marca o desenvolvimento de novas atitudes críticas frente às exigências que são postas ao adolescente. Surgem novos interesses essencialmente teóricos sobre a realidade. A partir dos conhecimentos teóricos, chega-se ao pensamento por conceitos e destaca-se a função do intelecto ou, como afirma Davídov (1988), a função fundamental da consciência humana: a reflexão.

Em linhas gerais, poderemos dizer que a modificação do lugar ocupado pela criança no sistema de relações sociais “[...] governa as mudanças mais importantes nos processos psíquicos e nos traços psicológicos da personalidade da criança em um certo estágio do seu desenvolvimento” (LEONTIEV, 2006, p. 65).

Assim sendo, consideramos que, no processo de organização do ensino que visa ao desenvolvimento das máximas potencialidades humanas, devemos compreender como ocorrem as relações interfuncionais da consciência durante cada período de vida da criança a fim de identificarmos por que e como os conceitos se desenvolvem e, conseqüentemente, o que é adequado para ser ensinado a ela. Pois, se objetivamos que o escolar não se limite ao pensamento empírico, mas desenvolva o pensamento teórico, devemos considerar os caminhos adequados para isso, sendo as generalizações teóricas um deles.

De tal modo, na próxima seção buscamos incorporar as relações conceituais descobertas para a organização do ensino de geometria. Buscamos evidenciar a relação entre as grandezas como o fundamento geral para o ensino de matemática e o controle das variações das dimensões dos objetos e espaços na ação de medir como a relação nuclear, a unidade essencial para o ensino de geometria. Com base nesta relação elaboramos um sistema de conceitos geométricos engendrados por seu

movimento lógico-histórico de produção e desenvolvimento para a organização do ensino de geometria por considerarmos o modo que possibilita a formação das bases do pensamento teórico dos escolares.

4. O ENSINO DE GEOMETRIA

Conforme mencionamos na introdução deste trabalho, temos o intuito de buscar possibilidades de superação da forma como o ensino de geometria tem sido desenvolvido, já constatado por Ferreira (2017), ou seja, um ensino voltado para o como fazer e não ao por que fazer, baseado em técnicas de resolução de tarefas que permanecem na aparência do objeto estudado, pois a utilização de técnicas isola-o das relações essenciais que o engendraram e, conseqüentemente, daquilo que lhe confere unidade.

Com o caminho inverso, realizamos estudos direcionados a revelar as relações de comunalidade e generalidade dos conceitos geométricos, dentre eles, o conceito de polígono a partir da relação nuclear, daquilo que confere unidade aos conceitos geométricos para, assim, desvelarmos seu sistema e elaborarmos uma proposta didática para os anos iniciais de escolarização, especificamente, para o 4º ano do EF.

Na intenção de compreendermos melhor as relações de comunalidade e generalidade, recorreremos às investigações de Vigotski (2001), as quais apontaram para uma hierarquia no desenvolvimento dos conceitos. O conceito de comunalidade apresenta-se como subordinado ou antecedente ao superior, no caso, a generalidade. Mesmo sendo subordinado, o conceito de comunalidade é compreendido como a conexão mais natural e importante entre os conceitos uma vez que ela expressa a natureza da forma mais complexa entre os significados (conceitos) (VIGOTSKI, 2001). **É nas relações de comunalidade que ocorre a unificação do significado dos conceitos, por meio de outros, hierarquicamente superiores, sua generalização.**

É por isso que os conceitos científicos e espontâneos adquirem um caráter diferente no processo de ensino e aprendizagem. O conceito espontâneo adquirido na esfera do sensorial e empírico, da experiência pessoal, se move em direção às propriedades superiores e mais abstratas. Em seu processo de apropriação, a criança não apresenta voluntariedade, por isso se destaca a ausência de um sistema conceitual no conceito espontâneo, e a atenção do sujeito dirige-se exclusivamente para o objeto propriamente dito e não para o ato do pensamento. Assim, o significado da palavra (conceito) se restringe a impressões aparentes. O contrário se verifica com os conceitos científicos:

Nos conceitos científicos que a criança adquire na escola, a relação de um objeto está mediatizada desde o começo por algum outro conceito. Assim a verdadeira noção do conceito científico implica uma determinada posição em relação a outros conceitos, um lugar dentro de um sistema de conceitos (VIGOTSKI, 2001, p. 131, tradução nossa)⁵⁴.

Com o científico verificamos uma estrutura generalizadora, uma distinta combinação do abstrato e do concreto, uma vez que o concreto é tido como resultado mental da associação das abstrações que se manifesta em unidade com o todo. Por isso, a apropriação do conceito científico ocorre por meio de um processo consciente e deliberado pelos sujeitos. Já a abstração é definida, por Vigotski (2001, p. 237, tradução nossa)⁵⁵, como “[...] o primeiro modelo psicológico da atribuição de um significado ao signo ou, em outras palavras, o modelo da primeira formação do signo”.

Foi nesse sentido que Vigotski (2001, p. 346, tradução nossa)⁵⁶ realizou a investigação acerca das raízes genéticas do pensamento e da linguagem por considerá-los “[...] a chave para compreender a natureza da consciência humana”, revelando que essa relação sofre muitas mudanças de acordo com o desenvolvimento do significado das palavras. Para o autor, o pensamento não se refere ao significado direto das palavras, o significado é quem faz a mediação até a expressão verbal, e, em vista disso, a via de acesso do pensamento à palavra passa pela mediação interna.

O pensamento não é apenas mediado externamente por signos, internamente é mediado por significados. O fato é que a comunicação direta entre consciências é impossível tanto física quanto psicologicamente. Só se alcança através de um caminho indireto e mediado. Esse caminho consiste na mediação interna do pensamento, primeiro pelos significados e depois pelas palavras. O pensamento nunca equivale ao significado direto das palavras. O significado media o pensamento em seu caminho para a expressão verbal, ou seja, o caminho do pensamento à palavra é um caminho indireto e mediado internamente (VIGOTSKI, 2001, p. 342, tradução nossa)⁵⁷.

⁵⁴ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*En los conceptos científicos que el niño adquiere en la escuela, la relación de un objeto está mediatizada desde el comienzo por algún otro concepto. Así la verdadera noción del concepto científico implica una determinada posición en relación a otros conceptos, un lugar dentro de un sistema de conceptos*”.

⁵⁵ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *el primer modelo psicológico de la atribución de un significado al signo o, dicho de otro modo, el modelo de la primera formación del signo*”.

⁵⁶ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *la clave para comprender la naturaleza de la conciencia humana*”.

⁵⁷ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*El pensamiento no sólo está mediado externamente por los signos, internamente está mediado por los significados. El hecho es que la comunicación directa entre conciencias es imposible tanto física como psicológicamente. Sólo se alcanza a través de un*

Portanto, consideramos que a mediação entre o pensamento e a linguagem é expressa no significado na palavra que se revela a partir do movimento lógico-histórico de criação e desenvolvimento do conceito. Com essa direção, investigamos, a seguir, o objeto de ensino de matemática e o movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos geométricos, buscando compreender o sistema de relação conceitual destes.

4.1 A relação entre as grandezas como o fundamento geral do ensino de matemática

Um dos pressupostos fundamentais da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) corresponde ao estudo do objeto da disciplina a ser ensinada, ou seja, a investigação da essência do conceito, sua origem e fundamento geral. Esse princípio deve ser considerado no processo de organização da atividade de ensino do professor para que esta possa conter a relação de interdependência entre os conceitos, isto é, sua unidade. Nesse sentido, convém analisarmos como o conceito de grandeza contribui para a organização do ensino de matemática.

Para Davídov (1988, p. 208), o conceito de grandeza está ligado com as relações de igual, maior e menor: “A multiplicidade de qualquer objeto se converte em grandeza quando se estabelecem critérios que permitem denominar se A é igual a B, maior que B ou menor que B”. Para Moura et al. (2018, p. 5-6, grifos dos autores),

[...] a **grandeza** pode ser definida como uma qualidade de um objeto, ou fenômeno, que pode ser quantificada. Uma **qualidade** de um objeto, ou fenômeno pode ser entendida como o conjunto de relações que estabelecemos entre estes objetos, ou fenômenos. Assim, a percepção de uma qualidade é sempre relativa a algo, fruto de comparação e identificação.

A qualidade pode admitir uma variação segundo uma **quantidade** e essa variação pode ser traduzida em números ou não. A qualidade **coragem** de uma pessoa, por exemplo, admite uma variação segundo a quantidade, mas essa variação não é traduzível em números,

camino indirecto, mediado. Ese camino consiste en la mediación interna del pensamiento, primero por los significados y luego por las palabras. El pensamiento nunca equivale al significado directo de las palabras. El significado media el pensamiento en su camino hacia la expresión verbal, es decir, el camino del pensamiento a la palabra es un camino indirecto y mediado interna mente”.

portanto não pode ser medida⁵⁸. Faz sentido dizermos que João é mais corajoso que Antônio, mas não que a coragem de João é o dobro da coragem de Antônio.

Sob essa lógica, Moura et al. (2018, p. 6) afirmam que para expressarmos as qualidades de um objeto ou fenômeno de forma numérica é necessário executarmos três etapas:

Identificar a grandeza (qualidade do objeto, ou fenômeno) que se quer medir;
 Encontrar outro objeto, ou fenômeno, que possua a mesma grandeza para que seja realizada uma comparação. Isso significa que só podemos comparar variações da mesma grandeza: comprimento com comprimento, capacidade com capacidade etc.;
 Estabelecer o resultado dessa comparação numericamente.




Sobre essa questão, em um experimento didático realizado presencialmente em 2019 pela pesquisadora Moya (2020)⁵⁹ no GENTEE-OPM⁶⁰ da UEM, foi proposto, aos integrantes da oficina, entre os quais nos incluímos, uma tarefa que buscava identificar, a partir de imagens que remetem aos primeiros registros das necessidades humanas que mobilizaram a construção de diversas formas de controle de quantidades, os seguintes aspectos: a ação humana, a qualidade, a grandeza e sua natureza (discreta ou contínua), a unidade de medida convencional e não convencional, considerando a relação essencial e universal de determinado conhecimento/ação (DAVÍDOV, 1988). A Imagem 4, a seguir, representa um dos momentos (tarefa particular) do mencionado experimento.

⁵⁸ Convém observarmos que, até o momento, não temos conhecimento sobre a medida precisa da coragem, mas, considerando que “[...] a dialética considera as coisas em movimento, *relacionadas* uma com as outras” (GADOTTI, 1983, grifos do autor), com os avanços das tecnologias, nada impede que tal ação venha a ser realizada no futuro próximo.

⁵⁹ O experimento didático teve como objetivo “[...] promover a organização do ensino com base nos princípios elaborados no diálogo entre a teoria histórico-cultural, a pedagogia histórico-crítica e a atividade orientadora de ensino” (MOYA, 2020, p. 184).

⁶⁰ A Oficina Pedagógica de Matemática (OPM) faz parte das atividades desenvolvidas pelo Grupo de Pesquisa e Ensino “Trabalho Educativo e Escolarização”, da Universidade Estadual de Maringá (GENTEE/UEM). Tem como objetivo proporcionar a formação continuada dos professores das escolas públicas na área de matemática, especialmente em relação à organização do ensino desta disciplina para a educação infantil e séries iniciais do ensino fundamental. Integram a OPM professores e pesquisadores de mestrado e doutorado, professores da rede pública de educação infantil e das séries iniciais do ensino fundamental. A oficina realiza encontros quinzenais aos sábados, no período matutino.

Imagem 4: Movimento lógico-histórico do controle de quantidades⁶¹

Ação	Qualidade	Grandeza	Natureza	Unidade de medida não convencional/convencional	Relação essencial, universal (Davydov 1988, p. 193)
 1. Contar ovelhas	Muito/pouco	Quantidade	Discreta	Unidade/Pedra	A relação de multiplicidade e divisibilidade entre as grandezas.
 2. Medir o terreno	Largo/comprido/estrito	Comprimento	Contínua	Metro/corda	
 3. Medir a capacidade	Cheio/vazio	Capacidade	Contínua	Litros ou Quilograma/potes	

Fonte: Moya (2020, p. 223).

Por meio dessa tarefa, percebemos as três etapas anteriormente mencionadas e asseveramos as necessidades de mudanças nos conteúdos e, obrigatoriamente, nas metodologias de ensino consolidadas na prática docente desde a entrada da criança na escola, como ponto cardeal para o desenvolvimento do pensamento teórico do escolar.

Para Davídov (1988, p. 6, tradução nossa), o pensamento teórico consiste em “[...] um procedimento especial com que o homem enfoca a compreensão das coisas e dos acontecimentos por via da análise das condições de sua origem e desenvolvimento”⁶². Com essa compreensão, no modo de organização de ensino proposto e desenvolvido pelo autor, há uma reorganização das disciplinas escolares a partir de um novo método de ensino baseado em tarefas de estudo, formadas por seis ações de estudo, que requerem uma gama de tarefas particulares, realizadas por meio de operações.

⁶¹ Compreendemos que o título ficaria mais adequado se, ao invés de “Movimento lógico-histórico do controle de quantidades”, fosse “Movimento lógico-histórico das diferentes grandezas”, uma vez que contemplaria as diferentes relações entre as grandezas.

⁶² Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] un procedimiento especial con el que el hombre enfoca la comprensión de las cosas y los acontecimientos por vía del análisis de las condiciones de su origen y desarrollo”.

O conceito de tarefa é compreendido como a “[...] unidade do objetivo da ação e das condições para alcançá-lo” (DAVÍDOV, 1988, p. 178, tradução nossa)⁶³. Logo, entendemos que a tarefa está ligada ao modo de se obter o objeto, isto é, à unidade das ações e operações da atividade. Por esse motivo, foi necessário que os membros do grupo de estudos da OPM retomassem a análise das seis ações de estudos propostas por Davídov (1988, p. 193, tradução nossa)⁶⁴ para melhor compreensão do ensino dos conteúdos escolares:

[...] transformação dos dados da tarefa com o fim de desvelar a relação universal do objeto estudado;
 modelação da relação diferenciada em forma objetiva, gráfica ou por meio de letras;
 transformação do modelo da relação para estudar suas propriedades em “forma pura”;
 construção do sistema de tarefas particulares para resolver por um procedimento geral;
 controle do cumprimento das ações anteriores;
 avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de estudo dada (DAVÍDOV, 1988, p. 181, tradução nossa).

Inicialmente, o maior desafio do grupo foi identificar a grandeza das ações humanas de cada imagem, pois, até então, não tínhamos estabelecido conexões com suas propriedades particulares. Foi necessário nos debruçarmos nos estudos das obras de autores como Davídov (1988, 1982), Caraça (1984), Marx (2008) e Moura et al. (2018) para chegarmos à síntese coletiva de que o conceito de grandeza pode ser definido como uma “qualidade de um objeto, ou fenômeno, que pode ser quantificada”, seu significado não se esgota ou se determina de maneira absoluta, mas o oposto, está em movimento, uma vez que há “[...] um movimento dialético imanente às próprias coisas (desenvolvimento das formas sociais, como movimento do real, no tempo, por exemplo)” (FERNANDES, 2008, p. 27). Desse modo, podemos dizer que

⁶³ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *unidad del objetivo de la acción y de las condiciones para alcanzarlo*”.

⁶⁴ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *transformación de los datos de la tarea con el fin de poner al descubierto la relación universal del objeto estudiado; modelación de la relación diferenciada en forma objetiva, gráfica o por medio de letras; transformación del modelo de la relación para estudiar sus propiedades en ‘forma pura’; construcción del sistema de tareas particulares a resolver por un procedimiento general; control sobre el cumplimiento de las acciones anteriores; evaluación de la asimilación del procedimiento general como resultado de la solución de la tarea de estudio dada.*”

os conceitos, como o de grandeza, sempre se encontram em movimento com o desenvolvimento das formas sociais permeadas pelas relações de trabalho.

Com essa experiência ficou evidente, para nós, membros do GENTEE-OPM, que o ensino, a partir da necessidade de produção pela humanidade de determinado conceito, se estrutura em correspondência com o seu movimento lógico-histórico, possibilitando-nos assimilar suas particularidades, por meio de seus nexos dinâmico-causais. Para Fernandes (2008, p. 27),

[...] a cadeia de pensamento deve ter início com o que a história começa e o seu curso subsequente não deve ser outra coisa senão a imagem exata do curso histórico em uma forma teórica e abstrata, mas corrigida de acordo com as leis dadas pelo curso real da própria história, em que cada fator deve ser considerado na completa maturidade de seu desenvolvimento em sua forma clássica.

Ao discutirmos sobre a necessidade de o homem realizar a ação de medir um terreno, por exemplo, percebemos que ela integra determinadas particularidades que, antes de elaborarmos a proposta didática, ficavam fragmentadas em nosso pensamento, não faziam parte do sistema unitário de medir: a partir das qualidades das ações e objetos (largo, estreito, comprido, curto), do conceito de grandeza (comprimento), de sua natureza (contínua) e da necessidade do estabelecimento de uma unidade de medida padrão com maior precisão possível do comprimento (corda, metro, centímetro etc.).

Neste momento de discussão, encaminhamo-nos para a definição da característica numérica de uma grandeza. Ficou compreensível, ao grupo, que, **para medir (quantificar), é necessário desenvolver a ação mental de comparar grandezas de mesma espécie, em que uma delas é utilizada como unidade de medida da outra**, podendo ser expressa por uma representação numérica ou mesmo geométrica.

Não podemos afirmar com isso que devemos seguir um caminho linear para o ensino de matemática, ou que se trata de uma fórmula pronta e acabada. Ao contrário, é dispensável narrarmos a história dos “esticadores de corda”⁶⁵, por exemplo, para

⁶⁵ “A divisão da sociedade em classes e a propriedade privada levam à criação de medidas para regular posse e à cobrança de impostos. Segundo o historiador grego Heródoto, as inundações do Nilo desmarcavam os limites das propriedades, gerando a necessidade de remarca-las. Isso era feito com o auxílio de medidas e plantas, pelos chamados “esticadores de corda”. Daí o desenvolvimento dos números fracionários. É a Matemática se desenvolvendo no Egito antigo e na Babilônia, do mesmo modo que, posteriormente, com os Maias e Astecas” (ROSA NETO, 1988, p. 10).

abarcam a necessidade humana de criação do conceito de medir. Podemos trabalhar com o movimento lógico-histórico desse conceito e colocar o estudante em tensão criativa por meio de uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA), que pode ser materializada na forma de jogo pedagógico, de situações emergentes do cotidiano ou como uma história virtual do conceito. “Essas situações desencadeadoras de aprendizagem podem propor um problema capaz de mobilizar o indivíduo ou o coletivo para solucioná-lo” (MOURA; ARAUJO; SERRÃO, 2018, p. 422), contemplando, assim, o objetivo do ensino: a apropriação e o desenvolvimento da linguagem em diferentes níveis se colocam como necessidades impulsionadoras de ações em direção ao objeto de conhecimento, que também se almeja que seja apropriado, pelas novas gerações, como uma legítima herança cultural

O que queremos destacar é que compreender o objeto de estudo da disciplina a ser ensinada é condição basilar para a organização do ensino. Neste sentido, o movimento lógico-histórico de desenvolvimento dos conceitos viabiliza a conscientização dos sujeitos do seu processo de aprendizagem desde que o ensino esteja adequadamente organizado; no caso do ensino de matemática, a relação entre as grandezas como o fundamento geral para a organização adequada do ensino dessa disciplina.

Ante o exposto, a seguir delimitaremos o conhecimento matemático – que se subdivide em eixos estruturantes de conteúdos – ao sistema de conceitos do eixo de geometria, apresentando os principais estudos que contribuíram para a composição da nossa proposta didática, destacando a tese, outrora assegurada por Lanner de Moura (1995), de que a **necessidade humana de controlar as variações de dimensões [das diferentes grandezas] motivou o homem a medir o espaço.**

4.2 A unidade essencial para a proposta de ensino de geometria

Ao considerarmos a relação entre as grandezas, objeto geral do ensino de matemática, direcionamo-nos ao estudo sobre a sua conexão geneticamente inicial com o desenvolvimento do pensamento humano geométrico, isto é, a atividade objetual-prática. Acreditamos que, a partir do que engendra o processo de pensamento do homem, encontraremos subsídios teóricos que nos orientarão na elaboração da

proposta didática para o ensino de geometria que visa abordar o conceito de polígono por meio de uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA).

Nessa direção, Davídov (1988, p. 115, tradução nossa)⁶⁶ atesta que “A base de todo conhecimento humano é a atividade objetual-prática, produtiva: o trabalho”. Ainda em consonância com Marx (2004) e Lenin (1976), estão na atividade prática a consciência e universalidade do homem, sendo esta mais ampla que o conhecimento teórico, uma vez que, além da universalidade, detém a realidade imediata.

Ao nos direcionarmos à geometria, Lanner de Moura (1995, p. 54, grifos nossos) complementa que

As primeiras considerações que o homem faz da geometria parecem ter sua origem em simples observações provenientes da capacidade humana de reconhecer configurações físicas, comparar formas e tamanhos. Inúmeras circunstâncias de vida devem ter levado o homem às primeiras elaborações geométricas como, por exemplo, a noção de distância, a necessidade de delimitar a terra, a construção de muros e moradias e outras. **Podemos afirmar que na origem de problemas geométricos concretos com os quais o homem se envolve desde suas atividades práticas, está a necessidade de controlar as variações de dimensões com as quais se defronta ao delimitar seu espaço físico para morar e produzir.**

Dessa forma, a necessidade de controlar as variações das dimensões envolve o movimento da atividade objetual-prática como delimitar a terra, construir muros e moradias, medir a distância e outras. Lanner de Moura (1995, p. 67, grifos nossos) assegura que,

[...] assim como a necessidade de controlar a variação das quantidades levou o homem a criar o número, **a necessidade de controlar as variações das dimensões dos objetos levou-o a medir o espaço.** Este elemento, que surge das relações dos homens entre si e com a natureza ao construir a medida, consideramos como sendo um princípio orientador de como colocar o problema de medir para a criança.

Com isso, a organização do ensino visa possibilitar, ao escolar, perceber as propriedades e qualidades da medição para além dos objetos, visto que o próprio objeto é um nexos bastante complexo (VIGOTSKI, 2000). Para Davídov (1988), a

⁶⁶ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*La base de todo conocimiento humano es la actividad objetual-práctica, productiva: el trabajo*”.

geometria se apoia na prática que expõe e demonstra, com exatidão, a arte da medição.

Logo, acreditamos que o conceito de polígono compreende uma propriedade particular dentro de um **sistema de conceitos da geometria criado pela necessidade prática de se controlar as variações das dimensões dos objetos e espaços.**

Desse modo, a organização de ensino, nesta pesquisa, está subsidiada pelos pressupostos teórico-metodológicos da AOE para a introdução do conceito de grandeza, considerando as relações maior, menor e igual, por meio de ações objetivas práticas. Vale observarmos que,

Perante o homem, o concreto real aparece ao começo como dado sensorialmente. A atividade sensorial em suas formas peculiares de contemplação e representação é capaz de captar a integridade do objeto, a presença, nele, de conexões que no processo de conhecimento conduzem à universalidade. Mas a contemplação e a representação não podem estabelecer o caráter interno destas conexões (DAVÍDOV, 1988, p. 142, tradução nossa)⁶⁷.

Para o autor, é somente por meio do pensamento teórico que o homem elabora a contemplação e a representação dos fenômenos da realidade em forma de conceito, possibilitando reproduzir o sistema de conexões internas que originaram o concreto dado, descobrindo sua essência. Desse modo, o trabalho do professor tem o concreto pensado como ponto de partida e de chegada (MARX, 1978).

Nesse sentido, consideramos que as conexões genuínas que criaram os conceitos geométricos ocorrem mediante sua relação nuclear, isto é, a atividade objetual-prática: a necessidade humana de controlar as variações das dimensões dos objetos e espaços na ação de medir, isso é o que lhes confere unidade.

4.3 Sistema de conceitos geométricos: o controle das variações das dimensões dos objetos e espaços

⁶⁷ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*Ante el hombre lo concreto real aparece al comienzo como lo dado sensorialmente. La actividad sensorial en sus formas peculiares de contemplación y representación es capaz de captar la integridad del objeto, la presencia, en él, de conexiones que en el proceso de conocimiento conducen a la universalidad. Pero la contemplación y la representación no pueden establecer el carácter interno de estas conexiones*”.

No estudo de identificação do movimento lógico-histórico do conceito de polígono, verificamos que este se caracteriza como uma propriedade particular dentro de um sistema de conceitos da geometria engendrado pela necessidade prática de se controlar as variações das dimensões de diferentes grandezas, seja nas medições de terrenos, de construções ou em outras situações. O que se coloca como desafio, neste momento, diz respeito ao lugar funcional do polígono dentro do sistema de conceitos geométricos, isto é, como ele se relaciona com essa necessidade humana.

No âmbito do conceito histórico-social, a “[...] *categoria* filosófica de *atividade* é a abstração teórica de toda a prática humana universal [...] ou seja, a atividade laboral coletiva, adequada, sensório-objetal, transformadora, das pessoas” (DAVÍDOV, 1988, p. 27, tradução nossa, grifos do autor)⁶⁸.

Atividade transformadora de pessoas no sentido de que, no processo de trabalho coletivo, desenvolvem-se as Funções Psíquicas Superiores (FPS), dentre as quais, Vigotski (2001) destaca a linguagem refletida na palavra e expressão do pensamento. Como vimos na seção anterior, com o desenvolvimento das relações de comunalidade, o conceito torna-se mais independente da palavra, “[...] do sentido de sua expressão, resultando numa liberdade cada vez maior nas próprias operações semânticas e em sua expressão verbal” (VIGOTSKI, 2001, p. 266, tradução nossa)⁶⁹. Podemos citar, como exemplo, a relação de comunalidade entre quadrado, círculo, retângulo, triângulo etc. Se indagarmos: O que essas palavras ou conceitos têm em comum? A resposta pode revelar que se trata de figuras planas. A terminologia, figuras planas, expressa todo um sistema unitário de relações recíprocas entre as variações das figuras geométricas bidimensionais sem a necessidade de discriminá-las.

Se estudarmos a relação comum de qualquer conceito e sua medida de comunalidade, obteremos o critério mais seguro da estrutura de generalização dos conceitos reais. Ser um significado é o mesmo que manter-se em certas relações comuns com outros significados, ou seja, ter uma medida de comunalidade específica.

⁶⁸ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *categoria* filosófica de *actividad* es lá *abstracción* teórica de toda la *práctica* humana universal, que tiene um carácter histórico-social [...] es decir, la *actividad* laboral colectiva, adecuada, sensório-objetal, transformadora, de las personas”.

⁶⁹ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *del* sentido de su *expresión*, dando como resultado una *libertad* cada vez mayor en las *operaciones* semánticas mismas y en su *expresión* verbal”.

Por consequência, a natureza do conceito, sincrética, em complexo, pré-conceitual⁷⁰, se descobre mais amplamente nas relações específicas do conceito em questão em relação a outros conceitos (VIGOTSKI, 2001, p. 266, tradução nossa)⁷¹.

Nossos estudos sobre a geometria nos levam ao entendimento de que a relação comum entre os conceitos geométricos é assegurada pelo movimento de controle das variações das dimensões dos objetos e espaços. As dimensões apresentam diferentes estruturas de generalização: adimensional (ponto), unidimensional (comprimento - linhas), bidimensional (comprimento e largura - polígono) e tridimensional (comprimento, largura e altura ou profundidade - poliedros e não poliedros) que variam de acordo com as relações de comunalidade estabelecidas entre os conceitos geométricos em determinado grau de aplicação na realidade. As variações na estrutura de generalização das dimensões são consubstanciadas por determinado sistema de conceitos que se apresentam em categorias conceituais inferiores e superiores.

Assim, por meio da necessidade social de controlar as variações das dimensões dos objetos e espaços na ação de medir, o homem teve de realizar “Todas as operações intelectuais - comparações, juízos, conclusões [...]”, apontadas por Vigotski (2001, p. 153, tradução nossa)⁷², sobre os objetos tridimensionais, em um movimento interno de coordenadas que determina não apenas a equivalência dos conceitos, mas sua medida de generalidade.

Consideramos que o controle das variações das dimensões dos objetos tenha sido engendrado, histórica e dialeticamente, pela necessidade humana de planificar um objeto ou espaço tridimensional em determinado plano. Vale notar que “[...] este ponto de partida deve manter a identidade durante todo o curso do raciocínio visto que

⁷⁰ Recomenda-se a leitura de Vigotski (2001) e a seção 2 da pesquisa realizada por Ferreira (2017): “Percurso do processo de desenvolvimento dos conceitos pela criança”, no item 2.1 “Fases do pensamento na formação e desenvolvimento dos conceitos”.

⁷¹ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*Si estudiamos la relación de comunalidad de cualquier concepto y su medida de comunalidad obtendremos el criterio más seguro de la estructura de generalización de los conceptos reales. Ser un significado es lo mismo que mantenerse en determinadas relaciones de comunalidad con otros significados, es decir, disponer de una medida de comunalidad específica. Por consiguiente, la naturaleza del concepto, sincrética, en complejos, preconceptual, se descubre más ampliamente en las relaciones específicas del concepto en cuestión respecto a otros conceptos*”.

⁷² Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*Todas las operaciones intelectuales – comparación, juicios, conclusiones [...]*”.

ele constitui a única garantia de que o pensamento não se perderá no seu caminho” (KOSIK, 1976, p. 29).

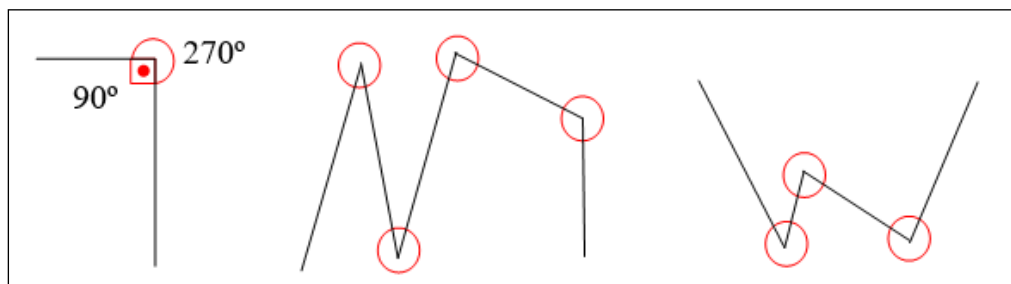
O concreto sensível e perceptível, constituído pelo conceito tridimensional dos objetos, refere-se ao ponto de partida ainda na visão caótica da representação do todo; o pensamento chegará às abstrações conceituais mediante o retorno ao concreto, todavia como concreto pensado, articulado e compreendido (MARX, 2004).

O movimento inicial que identificamos no processo de planificação de um objeto tridimensional refere-se à determinação de sua posição no espaço: o ponto. Por não apresentar volume, comprimento, área ou qualquer outra dimensão semelhante, dizemos que o ponto é adimensional. Para Wong (2001, p. 42), “[...] ponto é o elemento geométrico primordial, adimensional que indica localização, posição. Não ocupa área nem espaço. É o início e o fim de uma linha e está onde duas linhas se encontram ou se cruzam”.

Na representação preliminar da forma ou do contorno do objeto, dimensionam-se o plano, a posição inicial do objeto com o ponto e a direção e o comprimento com linhas simples que seguem uma mesma direção, seja ela horizontal, vertical ou inclinada. Ou, ainda, com linhas que apresentam mudança de direção de forma suave e constante, com abertura para “fora” do plano (côncava) ou para “dentro” do plano (convexa).

Nesse processo, outras relações em comum podem ser estabelecidas e generalizadas quando as linhas retas se tornam mais complexas ao se encontrarem com outras que apresentam começo e fim (segmento). Uma sequência de segmentos de retas que apresentam direções diferentes é denominada de linhas poligonais, “polilinhas” ou linhas “quebradas” pois, quando um segmento de reta se une a outro, formam-se, no mínimo, dois ângulos, conforme os exemplos a seguir.

Imagem 5: Formação de linhas poligonais



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

A palavra poligonal deriva do grego *polygonos*, que significa “muitos ângulos”, porque é formada por *polys*, “muitos”, mais *gonos*, “ângulos”. Ao observarmos a primeira linha poligonal formada por dois segmentos de retas, compreendemos essa assertiva constatando a existência de um ângulo de 90° e outro de 270°. Além disso, diz linhas “quebradas”, por aparentarem quebras, e “polilinhas” por apresentarem muitas linhas.

As linhas complexas podem ser classificadas em poligonais, sinuosas ou onduladas (quando apresentam apenas curvas) e mistas ou mistilíneas (quando têm curvas e retas). Nesse movimento, o que unifica e estrutura essas relações é a dimensão da grandeza comprimento. Para Vigotski (2001, p. 263, tradução e grifos nossos)⁷³,

Este é o princípio geral. Essa é a chave para estudar as relações genéticas e psicológicas do geral e o particular nos conceitos infantis. Cada fase da generalização tem seu próprio sistema de relações e comunalidade. De acordo com a estrutura desse sistema, conceitos gerais e particulares são distribuídos em ordem genética, de modo que **no desenvolvimento de conceitos o movimento do geral para o particular e do particular ao geral é geralmente diferente em cada estágio de desenvolvimento dos significados**, em função da estrutura de generalização que predomina nessa fase. Quando você passa de uma fase para outra, o sistema de comunalidade varia, assim como toda a ordem genética de desenvolvimento dos conceitos superiores e inferiores.

Acreditamos que o controle das variações das dimensões dos objetos e espaços, no ensino de geometria, constitui o conceito geral, unificador, em que cada dimensão apresenta uma estrutura de generalização, composta por conceitos inferiores que, conforme seu desenvolvimento, ou captação dos significados, são generalizados em conceitos superiores.

Nos traçados unidimensionais, quando as linhas poligonais (quebradas) ou onduladas (curvas) se fecham, generalizam-se, passam a fazer parte de uma nova

⁷³ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*Este es el principio general. Esta es la clave para estudiar las relaciones genéticas y psicológicas de lo general y lo particular en los conceptos infantiles. Cada fase de generalización tiene su propio sistema de relaciones y de comunalidad. De acuerdo con la estructura de este sistema se distribuyen en orden genético los conceptos generales y particulares, de modo que en el desarrollo de los conceptos el movimiento de lo general a lo particular y de lo particular a lo general resulta diferente en cada fase de desarrollo de los significados, em función de la estructura de generalización que predomina en esa fase. Cuando se pasa de una fase a otra, varía el sistema de comunalidad, así como todo el orden genético de desarrollo de los conceptos superiores e inferiores*”.

estrutura de generalização, com um novo nível de relações em comum: as relações bidimensionais, com duas grandezas: o comprimento e a largura. As linhas fechadas poligonais ou onduladas passam a ser munidas de interior e exterior, de perímetro e área. **As linhas poligonais fechadas, formadas por segmentos de reta que representam os lados da figura, recebem o nome de polígonos que, como vimos, significa muitos lados ou muitos ângulos.**

Uma nova generalização ocorre quando nos atentamos para os traços comuns presentes nas regularidades da soma do perímetro e da área, no número de segmentos e ângulos que compõem os polígonos. Nesse caso, dependendo do número de lados e ângulos, há um formato e nomenclatura própria do polígono, como, por exemplo, o quadrado, formado por quatro lados iguais, do mesmo modo ocorre com o triângulo, o retângulo, o losango, entre outros.

Uma análise igualmente sensível sobre a natureza desses conceitos manifesta-se de forma mais completa ao realizarmos comparações entre os polígonos. A comunalidade entre eles expressa uma relação equivalente, e, nas diferentes combinações de posições, estabelece-se a congruência dos polígonos generalizando-os como polígonos regular e irregular.

Como sabemos, os conceitos não se limitam a uma definição apenas, mas desenvolvem-se. Do mesmo modo, consideramos que as figuras bidimensionais, na geometria, não se limitam ao conceito de polígono que apresentamos. Buscamos trazer apenas as conexões iniciais, todavia, novas relações estabelecidas desenvolvem novas comunalidades e novos conceitos, com infinitas possibilidades de generalizações. Limitamo-nos ao conceito de polígono por se tratar de nosso objeto de estudo. A investigação sobre o desenvolvimento dos demais conceitos geométricos demandaria maior estudo para desvelarmos a inter-relação entre os sistemas de conceitos.

Desse modo, avançaremos do sistema de conceitos geométricos bidimensionais para o tridimensional no intuito de evidenciarmos que a necessidade de representação mais próxima do objeto no espaço motivou o homem a aperfeiçoar seu desenho no plano. Com o nível de generalidade já adquirido com as relações bidimensionais, o homem pode aprofundar a representação do objeto por meio do estabelecimento de uma nova grandeza, a altura, compondo as três dimensões.

A necessidade de identificar a diferença de nível que há entre um ponto e outro mobilizou o indivíduo a buscar na base uma referência. A base, já desvelada nas

relações bidimensionais com os polígonos, com a inserção da altura ou profundidade (dependendo do ponto de referência)⁷⁴ possibilitou, ao homem, descobrir a dimensão total do objeto, estabelecendo o elo necessário para desenvolver um novo sistema, isto é, uma nova estrutura de generalização no desenvolvimento dos conceitos geométricos.

Nessa nova estrutura de generalização do pensamento, outras relações de comunalidade começam a tomar forma com a representação das figuras tridimensionais: o dado passa a ser representado pelo cubo, a bola, pela esfera, o tijolo, pelo paralelepípedo etc. Ao analisarmos os traços comuns entre os objetos ou representações deles, são realizadas novas generalizações.

Por exemplo: ao observarmos as representações dos objetos, é possível verificarmos que algumas apresentam duas bases poligonais iguais e faces laterais paralelas, denominadas de prismas. Ao examinarmos outras representações, percebemos que algumas têm apenas uma base poligonal e faces laterais triangulares que se encontram em um único ponto, denominadas de pirâmides. De modo geral, algumas representações que possuem as faces, as arestas e os vértices iguais são conhecidas como poliedros regulares; outros não apresentam todos esses elementos iguais, por isso são denominadas de poliedros irregulares. A terminologia “poliedro”, de origem grega, significa várias/muitas faces. A maioria dos poliedros são designados pelo número de faces que possuem, como o tetraedro (4 faces), hexaedro (6 faces), entre outros, o que representa uma generalização das figuras tridimensionais com faces planas. De igual natureza ocorre com as figuras geométricas tridimensionais que apresentam alguma superfície curva, denominadas de corpos redondos.

Vale destacarmos que, como já indicamos, nessa relação dialética entre os conceitos geométricos, retornamos ao concreto (objetos no espaço) que foi nosso ponto de partida e que, neste momento, configura-se como nosso ponto de chegada, compreendido e articulado como síntese de múltiplas determinações. Como propala Kosik (1976, p. 29), “Da vital, caótica, imediata representação do todo, o pensamento chega aos conceitos, às abstratas determinações conceituais, cuja formação se opera o retorno ao ponto de partida”. Ainda, Kopnin (1978, p. 162) afirma que

⁷⁴ Compreendemos a altura como medida de baixo para cima e a profundidade medida de cima para baixo.

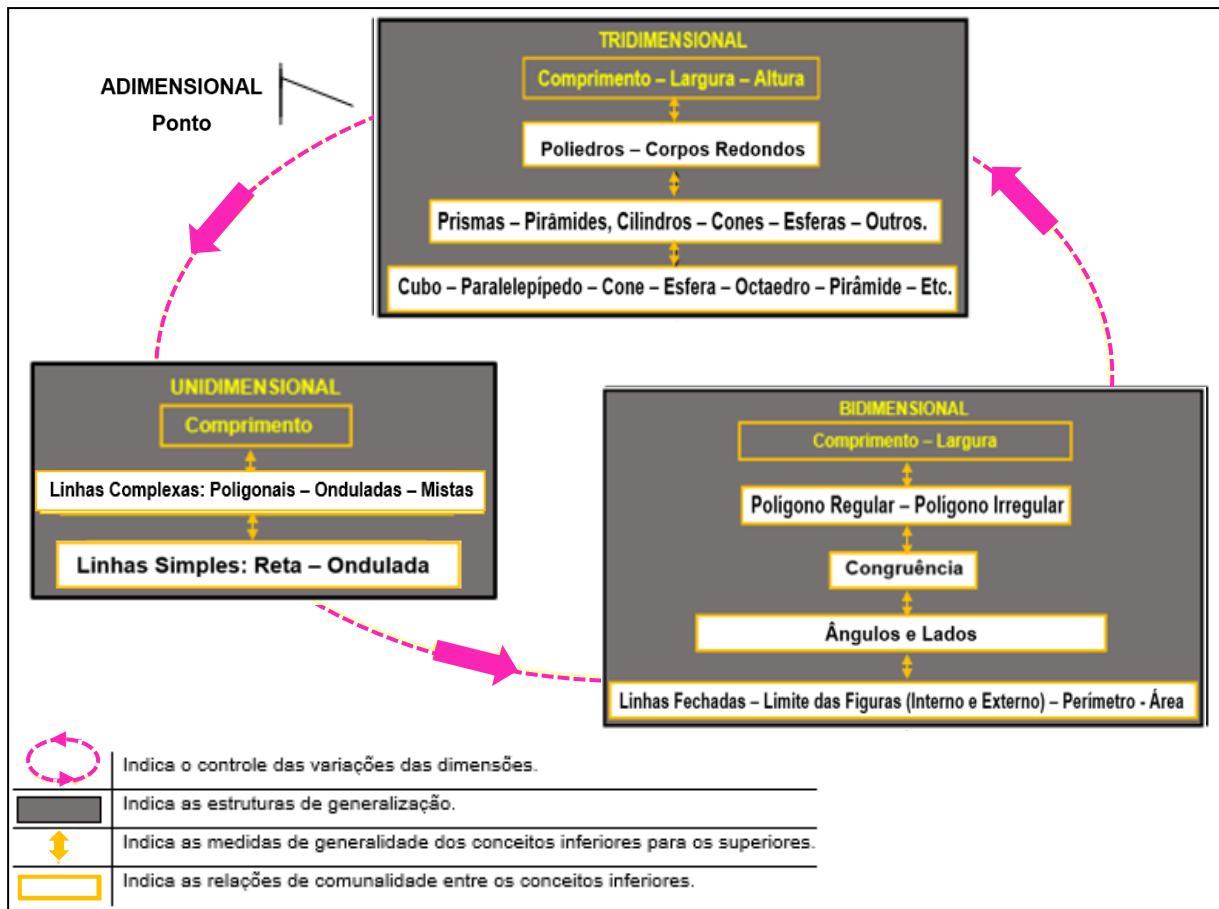
O movimento do conhecimento do sensorial-concreto – através do abstrato – ao concreto, que reproduz o objeto no conjunto de abstrações é uma manifestação da lei da negação da negação. O abstrato é a negação do sensorial-concreto. O concreto no pensamento é a negação do abstrato, mas o concreto mental não é a retomada do concreto inicial, sensorial, mas o resultado da ascensão a um concreto novo, mais substancial.

O concreto, nesse sentido, opera como um resultado da ascensão a um concreto novo, em sua expressão universal das leis de seu movimento e desenvolvimento. Nas relações internas genéticas e dinâmicas do objeto no interior de um todo em desenvolvimento, inicialmente, o concreto aparece “[...] como ponto de partida da contemplação e da representação, reelaboradas no conceito, e como resultado mental da reunião das abstrações” (DAVIDOV, 1988, p. 150, tradução nossa)⁷⁵.

Em vista disso, na tentativa de expor relações iniciais de comunalidade e generalidade do conceito de polígono, aprimoramos a Figura 2, “Analogia às relações de generalidade entre os conceitos”, já apresentada em Ferreira (2017, p. 48), evidenciando, agora, “um” sistema de conceitos geométricos e não “o” sistema de conceitos geométricos por entendermos que este estudo não se apresenta acabado, mas em movimento. **Compreendemos que as relações entre as dimensões conferem unidade à geometria**, em que cada dimensão apresenta uma grandeza que agencia as relações de comunalidade e generalidade presentes entre os conceitos inferiores que, ao serem generalizados em uma categoria hierarquicamente distinta das demais, se tornam superiores. Destacamos que a nossa atividade de ensino envolve o conceito de polígono, por isso focamos nossa reflexão no conceito bidimensional da geometria.

⁷⁵ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] como punto de partida de la contemplación y la representación, reelaboradas em el concepto, y como resultado mental de la reunión de las abstracciones”.

Imagem 6: Relações iniciais de comunalidade e generalidade dos conceitos geométricos



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Nessa rica totalidade de relações e determinações, buscamos representar as relações iniciais dos conceitos geométricos a fim de identificarmos a unidade lógica-histórica do conceito de polígono. Observamos que este tem nas grandezas comprimento e largura a relação essencial que o caracteriza como uma propriedade particular no sistema de conceitos geométricos diante da necessidade prática de controlarmos as variações das dimensões dos objetos e espaços na ação de medir.

Com base nas análises tecidas até o momento, destacamos as relações sociais, encarnadas na atividade laboral, como próprias do desenvolvimento humano, o eixo motor das leis gerais do desenvolvimento da racionalidade e, primeiramente, da consciência “[...] como capacidade para conhecer as coisas, alcançando o conceito ou a essência delas” (CHAUÍ, 2000, p. 45). Por esse motivo, não se esgotam as relações do sujeito e do objeto com o contexto sociocultural que os circunscreve, mas desenvolvem-se (ou retrocedem-se), entrelaçadas à dinâmica das próprias coisas, à visão de mundo coletiva que se expressa em ideias, valores e práticas da sociedade.

Por isso, não temos a pretensão de esgotar uma análise histórico-dialética desse objeto, mas apresentar contribuições que se somem ao esforço coletivo de favorecer o ensino e a pesquisa nessa área de conhecimento sob a ótica do método materialista histórico-dialético articulado com os princípios gerais de organização do ensino mediado pela AOE.

Nesse sentido, apresentamos a seguir uma proposta didática considerando a organização do ensino como atividade por acreditarmos que este conceito representa a unidade essencial para desvelar um sistema de ligações conceituais que nos permitem avançar, qualitativamente, no processo de ensino e aprendizagem.

5. A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO COMO ATIVIDADE: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA OS CONCEITOS GEOMÉTRICOS

Nesta seção, buscamos explicitar nosso movimento investigativo para a organização da atividade de ensino, refletida na dinâmica de elaboração de um experimento formativo que se consubstanciou em uma proposta didática para o ensino de conceitos geométricos. Consideramos o ensino como atividade; sendo assim, convém destacarmos qual a nossa necessidade/motivo, quais foram nossas ações e operações para chegarmos ao nosso objeto/objetivo de uma adequada organização do ensino, a partir da elaboração de uma proposta didática, com base no sistema de conceitos geométricos com vistas à formação do pensamento teórico pelos estudantes dos anos iniciais de escolarização.

Conforme mencionado, nossa **necessidade** de estudo e investigação ocorreu com o questionamento da banca avaliadora, na defesa do mestrado, sobre **como poderíamos materializar a concepção de ensino defendida a partir dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural e da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), contemplando as relações de comunalidade e generalidade e o sistema de conceitos apresentados por Vigotski (2001)**. A concepção de ensino de geometria, verificada em Ferreira (2017), nos **motivou** a realizar esta pesquisa buscando sua superação, por incorporação, por meio da adequada organização de uma proposta de ensino de geometria que contemplasse o conceito de polígono.

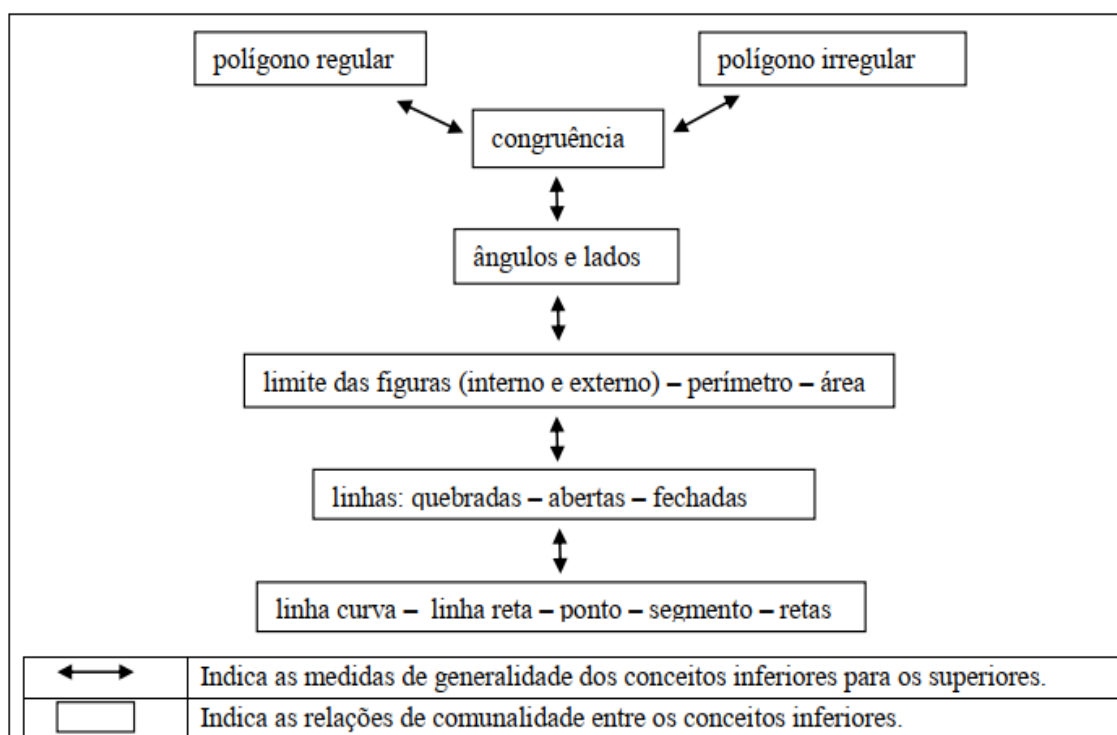
Destacamos o conceito de polígono em razão da constatação, realizada por Ferreira (2017, p. 141), da limitação de sua definição isolada, em que “O recurso visual de polígono sem a presença das determinações sociais e históricas de sua produção e desenvolvimento, revela a concepção de que aprendizagem e desenvolvimento ocorrem de forma direta”.

Além disso, sem certas relações com outros conceitos, seria impossível também a existência de cada conceito isolado, uma vez que a própria essência dos conceitos e das generalizações pressupõe, ao contrário da doutrina da lógica formal, não o empobrecimento, mas **o enriquecimento da realidade representada nos conceitos**, em comparação com a percepção e contemplação sensível dessa realidade. **Mas se a generalização enriquece a percepção direta da realidade, evidentemente isso só pode ocorrer através do caminho psíquico de estabelecer relações complicadas,**

dependências e conexões entre os objetos representados nos conceitos e a realidade remanescente. Portanto, a própria natureza de cada conceito isolado já pressupõe a presença de um determinado sistema de conceitos, fora do qual não pode existir (VIGOTSKI, 2001, tradução e grifos nossos)⁷⁶.

Com esse entendimento, destacamos que, agora, nosso ponto de partida para a análise do sistema de conceitos geométricos está representado na Imagem 6 da página 91 apresentada anteriormente nesta pesquisa. Mas, mostraremos, com a imagem a seguir, a síntese do movimento de estudos sobre o conceito de polígono realizada por Ferreira (2017) para compreendermos nosso ponto de chegada:

Imagem 7: Relações iniciais de comunalidade e generalidade do conceito de polígono



Fonte: Ferreira (2017, p. 144).

⁷⁶ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*Es más, sin unas relaciones determinadas con otros conceptos sería imposible también la existencia de cada concepto aislado, ya que la propia esencia de los conceptos y de las generalizaciones presupone, en contra de la doctrina de la lógica formal, no el empobrecimiento, sino el enriquecimiento de la realidad representada en los conceptos, en comparación con la percepción y la contemplación sensitiva de esa realidad. Pero si la generalización enriquece la percepción directa de la realidad, evidentemente eso no puede tener lugar más que a través del camino psíquico del establecimiento de complicadas relaciones, dependências y conexiones entre los objetos representados en los conceptos y la realidad restante. Por consiguiente, la propia naturaleza de cada concepto aislado presupone ya la presencia de un determinado sistema de conceptos, fuera del cual no puede existir.*”

Nessa direção, o aprofundamento no estudo da teoria e das relações essenciais entre os conceitos geométricos nos possibilitou incorporar e superar esse sistema inicial do conceito de polígono, identificando algumas limitações e aperfeiçoando onde verificamos possibilidades, conforme as relações apresentadas na Imagem 7. Por exemplo, inicialmente, consideramos que as linhas abertas e fechadas estavam em relação comum, ou seja, na mesma relação de comunalidade. No entanto, não consideramos as dimensões que as envolvem. Apenas as linhas retas, curvas e poligonais abertas são unidimensionais, por isso estão na mesma relação, abarcando a grandeza comprimento. No caso das linhas fechadas (localizadas no segundo retângulo, de baixo para cima, da Imagem 7), estas não poderiam estar em relação de comunalidade, pois há uma generalização: quando as linhas se fecham, passam a abranger duas dimensões: o comprimento e a largura.

Nesse contexto de inquietação, buscamos aprofundar estudos sobre a organização do ensino que dê condições para os sujeitos se apropriarem do sistema de conceitos geométricos com vistas a desenvolverem seu pensamento teórico. Uma das **ações** de ensino que realizamos, constitutiva da AOE, foi a investigação do movimento lógico-histórico, da dinâmica entre a aparência e a essência, da combinação do concreto e abstrato, dos conceitos geométricos, a fim de desvelarmos sua unidade essencial. Consideramos que esse aporte teórico fornece os subsídios metodológicos necessários para materializarmos essa proposição. Para isso, o modo ou a **operação** que identificamos como os mais adequados para expressar tanto o movimento da atividade de ensino quanto da atividade de aprendizagem foi o experimento didático. Para Leontiev (1978, p. 206, tradução e grifos do autor)⁷⁷,

[...] são operações os **modos** com os quais se efetua a ação. Sua peculiaridade consiste em que respondem não ao motivo nem ao fim da ação, mas àquelas **condições** nas quais está dado esse fim, ou seja, a tarefa (a tarefa é também um fim, dado em determinadas condições)

Evidenciamos, assim, que a realização das operações depende das condições objetivas (condições concretas da vida) e, conforme informamos, as condições

⁷⁷ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] son operaciones los **modos** con los cuales se efectúa la acción. Su peculiaridade consiste en que responden no al motive ni al fin de la acción, sino a aquellas **condiciones** en las cuales está dado ese fin, es decir, a la tarea (la tarea es también un fin, dado en determinadas condiciones)”.

vivenciadas no período pandêmico inviabilizaram a realização do experimento, acarretando que considerássemos a dimensão da atividade de ensino como uma proposta didática para os conceitos geométricos nos anos iniciais de escolarização.

Nesse movimento, como apresentamos na seção anterior, consideramos **o controle das variações das dimensões dos objetos e espaços a unidade lógico-histórica dos conceitos geométricos**. A partir disso, direcionamos para a elaboração da proposta didática por considerarmos o caminho adequado para atingirmos “[...] as determinações abstratas que conduzem à reprodução do concreto por meio do pensamento” (PASQUALINI, 2010, p. 28).

Buscamos, com a proposta didática, que os escolares realizem transformações nos objetos que não podem ser realizadas, unicamente, pelas ações objetivas práticas; são transformações que desvelam neles novas propriedades que refletem a natureza interna da realidade (DAVÍDOV, 1988). Para tanto, o pesquisador/professor deve organizar o ensino direcionando o escolar para o processo de ascensão do abstrato ao concreto em diferentes estágios de desenvolvimento. Vejamos o que, para Davídov (1988, p. 149, tradução nossa)⁷⁸, constitui um desafio ao pesquisador:

[...] o pesquisador deve necessariamente examinar e incluir no concreto mental apenas aqueles vínculos e relações que realmente são dedutíveis de sua essência e que, ao mesmo tempo, não se "sobrecarregam" com suas propriedades casuais, secundárias. Por isso, o pesquisador deve ter um plano geral que seja examinado exhaustivamente em seus principais desmembramentos fundamentais para que, guiado por ele, não se desvie na ascensão e crie a tempo as abstrações necessárias. A imagem peculiar do todo que, segundo as palavras de C. Marx, deve 'estar permanentemente presente em nossa representação como premissa' de uma ou outra operação teórica, cumpre a função específica de tal plano.

Como já observamos, a garantia de que o pensamento da criança não se perderá do seu caminho pertence à unidade essencial do objeto. Nesse sentido, a elaboração da proposta requer, do professor, o desvelamento da relação universal do

⁷⁸ Na versão em espanhol do original russo, original, lê-se: “[...] *el investigador debe necesariamente examinar e incluir en lo concreto mental sólo los enlaces y relaciones que realmente son deducibles de su esencia y que, al mismo tiempo, no ‘agobian’ con sus propiedades casuales, secundarias. Por eso el investigador debe tener un plan general del todo examinado en sus desmembraciones fundamentales, principales para, guiándose por él, no desviarse en la ascensión y crear a tempo las abstracciones necesarias. La peculiar imagen del todo que según las palabras de C. Marx, deve ‘estar presente permanentemente en nuestra representación como premissa’ de unas u otras operaciones teóricas, cumple la función específica de tal plan*”.

objeto como premissa e guia para o estabelecimento dos desdobramentos e abstrações necessárias dessa relação.

Acreditamos que os pressupostos da AOE convergem com a percepção do experimento genético modelador de Davíдов (1988, p. 196, tradução nossa)⁷⁹, ou seja, com “[...] a unidade entre a investigação do desenvolvimento psíquico das crianças e sua educação e ensino”. Portanto, a proposta didática se estrutura a partir de uma incógnita de ordem objetal-prática, isso é, de um problema desencadeador gerado pela necessidade humana de controlar as variações das dimensões dos objetos, engendrada por seus determinantes lógico-históricos. Este problema, mobiliza operações mentais profundamente enraizadas pelas exigências exteriores criadas a partir da relação universal do objeto.

Para Zankov (1984, p. 34, tradução nossa)⁸⁰, “O enriquecimento com novos e novos conhecimentos, a reflexão, o desejo de chegar por si mesmo à verdade, a realização de difíceis tarefas, tudo isso caracteriza o impulso interior intenso e estável”, provocando a tensão de toda a atividade no próprio pensamento da criança.

Isso, naturalmente, não significa reduzir o papel da coletividade no desenvolvimento dos escolares. Nós partimos do postulado de C. Marx: ‘... O desenvolvimento de um indivíduo está condicionado pelo desenvolvimento de todos os demais com quem se está em intercâmbio direto e indireto’. O desenvolvimento da individualidade não é possível no isolamento nem na separação, mas tão somente no ambiente da vida diversa e rica em conteúdo da coletividade infantil, que conta com uma devida orientação ideológica e que, ao mesmo tempo, expresse os impulsos dos escolares, seus desejos e seus anseios (ZANKOV, 1984, p. 34, tradução nossa)⁸¹.

Vigotski (2000) sustenta que o papel genético do coletivo na criança atua, inicialmente, como discussões e apenas depois se revela em sua própria conduta de reflexão. Para o autor, “Todas as funções psíquicas superiores são relações de ordem

⁷⁹ Na versão em espanhol do original russo, original lê-se: “[...] plasma la unidad entre la investigación del desarrollo psíquico de los niños y su educación y enseñanza”.

⁸⁰ Na versão em espanhol do original russo, original lê-se: “El enriquecimiento con nuevos y nuevos conocimientos, la reflexión, el deseo de llegar por sí mismo a la verdad, la realización de difíciles tareas, todo ello caracteriza el impulso interior intenso y estable”.

⁸¹ Na versão em espanhol do original russo, original lê-se: “Esto, naturalmente, no significa reducir el papel de la colectividad en el desarrollo de los escolares. Nosotros partimos del postulado de C. Marx: ‘... El desarrollo de un individuo se halla condicionado por el desarrollo de todos los demás con quienes se halla en intercambio directo e indirecto’. El desarrollo de la individualidad no es posible en el aislamiento ni en la separación, sino tan sólo en el ambiente de la vida diversa y rica en contenido de la colectividad infantil, que cuente con una debida orientación ideológica y que, al mismo tiempo, exprese los impulsos de los escolares, sus deseos e sus anhelos”.

social interiorizadas, base da estrutura social da personalidade” (VIGOTSKI, 2001, p. 9, tradução nossa)⁸². Por esse motivo, a proposta didática para o ensino de geometria realiza-se com a forma básica de atividade coletiva, provedora da consciência social.

Para atingir a consciência social, a proposta didática deve agenciar a formação real e verdadeira dos conceitos, estruturados em um sistema de relações comuns e generalizadas (VIGOTSKI, 2001). Por meio da AOE, buscamos elaborar e analisar o processo de organização do ensino e aprendizagem de geometria tanto para o professor quanto para a criança.

Ao considerarmos os elementos estruturantes da atividade, buscamos refletir “[...] a atividade integral que reproduz no indivíduo as necessidades, as capacidades, os conhecimentos e as formas de comportamento socialmente elaboradas” (DAVÍDOV, 1988, p. 196-197, tradução nossa)⁸³. Acreditamos que a necessidade do estudante de aprender determinados conceitos acontece no desenvolvimento da resolução de uma tarefa engendrada pela Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA) na forma de Jogo, História Virtual do Conceito ou Situação Emergente do Cotidiano pois isso o mobilizará a realizar ações e operações de estudo.

Assim, o conceito de atividade, permeado pelo estudo do movimento lógico-histórico do conceito, é um pressuposto da AOE que fundamentou a elaboração e sistematização da proposta didática, tendo em vista a atividade de ensino como orientação geral e a estruturação da unidade como relação particular.

Vale ressaltarmos que, para a elaboração da atividade de ensino, faz-se necessário que o professor/pesquisador considere alguns princípios gerais que se inter-relacionam na tríade entre sujeito–conteúdo–forma. O **sujeito**: Para quem ensinar? Para obter resposta a essa questão, pressupõe-se que o professor/pesquisador considere o período de desenvolvimento do sujeito, o lugar por ele ocupado na sociedade, para que a intervenção incida em seu nível potencial de desenvolvimento. O **conteúdo**: O que ensinar? A seleção do conteúdo a ser ensinado requer o estudo do movimento lógico-histórico do conceito, que permite conhecer o sistema de relações conceituais. Como analisamos, Vigotski (2001) aponta para uma interdependência entre os conhecimentos espontâneos e científicos. Contudo, os

⁸² Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*Todas las funciones psíquicas superiores son relaciones de orden social interiorizadas, base de la estructura social de la personalidad*”.

⁸³ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *la actividad integral que reproduce en el individuo las necesidades, las capacidades, los conocimientos y las formas de comportamiento socialmente elaboradas*”.

conceitos científicos apresentam um sistema que revela um caráter voluntário e consciente operante no desenvolvimento qualitativo do psiquismo dos sujeitos. A **forma**: Como ensinar? Sabemos que nem todo ensino possibilita um aprendizado qualitativamente satisfatório, entretanto, a máxima vigotskiana de que o aprendizado adequadamente organizado promove o desenvolvimento corrobora os pressupostos da AOE enquanto mediadora da atividade de ensino do professor/pesquisador e da atividade de aprendizagem do estudante. Para Rubinstein (1973, p. 135, grifos do autor),

a didática deve elaborar adequadamente a matéria de aprendizagem para uma melhor apropriação, garantindo assim a **apropriação** de uma determinada matéria, de um determinado **objecto**. Este objecto possui a sua própria lógica objectiva, que não se pode impunemente descuidar. O “lógico”, que progressivamente se vai formando no processo de evolução histórica do conhecimento, é também o comum que se relaciona tanto a evolução histórica do conhecimento como o processo do estudo entre si. E é aí que se assenta a sua unidade. Na evolução histórica do conhecimento percorreu-se um determinado caminho para elaborar este “lógico”, cujo caminho reflecte a lógica do objecto de acordo com as condições concretas da evolução histórica.

Com esse entendimento, na sequência, apresentamos a materialização da nossa concepção de ensino de geometria com uma proposta didática para o 4º ano do EF, baseando-nos no sistema de conceitos geométricos com vista à formação do pensamento teórico pelos estudantes.

5.1 O movimento de organização da atividade de ensino

A organização da nossa proposta de ensino de geometria foi pensada para ser realizada com base nos pressupostos teórico-metodológicos da AOE, consubstanciados na atividade de ensino da pesquisadora. Como já informado, inicialmente, a proposta de ensino se realizaria na forma de experimento didático considerando uma situação emergente do cotidiano dos escolares do 4º ano do EF de determinada rede municipal de ensino.

Nessa rede, os estudantes desse ano de escolarização desenvolvem o projeto Sementes do Futuro, o qual ocorre anualmente em todas as turmas da educação

infantil e do ensino fundamental, envolvendo estudantes, professores e a comunidade escolar em geral. As ações do projeto estão relacionadas com as questões ambientais direcionadas para o contexto social e para a sustentabilidade do planeta, com o intuito de que os participantes possam mediar e intervir entre o meio em que vivem, buscando mudanças de atitudes, um vez que, neste momento histórico, sustentabilidade torna-se um conteúdo escolar, visto que nas relações sociais precisamos enfrentá-lo.

Com o objetivo de mobilizarmos motivos eficazes nos escolares para que tivessem um encontro com o sistema de conceitos geométricos e possibilitarmos a apropriação adequada das relações de comunalidade e generalidade dessa área do conhecimento, nós, enquanto professora/pesquisadora (em atividade de estudo e trabalho), identificamos a possibilidade de elaborarmos uma SDA diante da necessidade de desenvolvermos este projeto com os escolares.

No caso da turma (4^o ano) em que no propomos a realizar a proposta didática, o projeto Sementes do Futuro orienta atividades voltadas para a jardinagem⁸⁴ aliando os cuidados e à manutenção do jardim frontal da instituição. No entanto, um espaço em desuso, observado no jardim da escola, contribuiu para pensarmos na elaboração de um problema desencadeador de aprendizagem. Consideramos com base no princípio 1: “As condições para o ensino: as relações sociais”, a oportunidade de os escolares realizarem um trabalho coletivo para alcançarem determinado objetivo, tornando sua atividade - de estudo - consciente⁸⁵.

Embora o desenvolvimento do projeto tenha sido pensado, previamente, pela professora buscamos evidenciar uma situação que pudesse ser problematizada a partir do cotidiano dos escolares. Convém esclarecer que as ações do projeto, em cada ano de escolarização, são de conhecimento dos estudantes, portanto, fazem parte do seu cotidiano escolar: cuidar de hortas (medicinais e de temperos), jardins, entre outras ações que visam a conscientização ambiental. Nesse sentido, o problema desencadeador foi direcionado a trabalhar em uma relação com o sistema de conceitos geométricos.

⁸⁴ Com a jardinagem o projeto busca trazer para sala de aula o caráter investigativo dos escolares ao realizarem o plantio de diferentes flores, e analisarem: o uso da água e sua preservação; a irrigação de sustentável, o sol como fonte de energia (alimento); a cadeia alimentar; o ciclo da matéria; o processo de decomposição das flores; a comparação entre os solos etc.

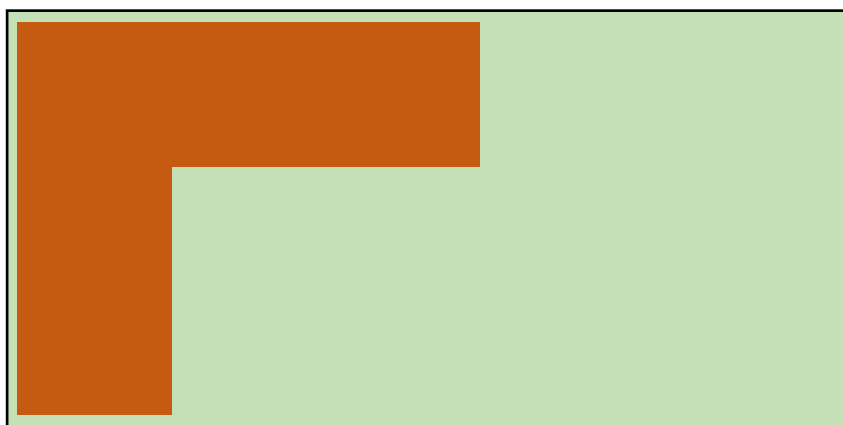
⁸⁵ Ver princípio 2: “A atividade consciente na relação dialética com o desenvolvimento do pensamento teórico”.

Consideramos que o sistema se forma a partir as relações de generalidade e comunalidade entre os conceitos que, por sua vez, acontecem com base em uma relação nuclear do conceito, daquilo que apresenta unidade. No caso do ensino de geometria, acreditamos que o controle das variações das dimensões⁸⁶ dos objetos e espaços configura-se como a unidade das relações entre os conceitos geométricos, possibilitando a formação e o desenvolvimento das relações de comunalidade e generalidade dos conceitos.

Nesse movimento de estudo, o qual aqui se constitui em uma das nossas ações, porém fundamental para a organização do ensino, priorizamos a dinâmica, as ligações lógicas e históricas dos conceitos geométricos. Dessa forma, a partir do sensorial-concreto dado, tridimensionalmente, buscamos atingir sua representação no plano, considerando **a grandeza comprimento o núcleo das relações (de comunalidade e generalidade) unidimensionais, comprimento e largura núcleo das relações bidimensionais e comprimento, largura e altura ou profundidade, o núcleo das relações tridimensionais**. Com essa direção, chegamos ao seguinte problema desencadeador:

Como organizaremos o espaço para que os alunos do 4º ano possam cultivar as plantas no jardim da escola?

Imagem 8: Representação do canteiro no jardim da escola



Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

⁸⁶ Conforme exposto no princípio 3: “O conteúdo objetal”, a relação do sujeito com o objeto não se restringe à empiria, portanto, o controle das variações das dimensões representa a relação essencial a ser desvelada pelo escolar e o caráter objetal da atividade a ser desenvolvida.

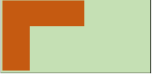
Com a chegada da pandemia, não foi possível que realizássemos o experimento junto aos escolares. Por isso, nosso enfoque voltou-se para a organização da atividade de ensino de conceitos geométricos por meio de uma proposta didática. Assim sendo, convém observarmos que a proposta de se fazer um canteiro de flores pode não ser a mais adequada para todas as instituições, pois depende das condições objetivas de cada realidade escolar.

No entanto, de posse da relação nuclear dos conceitos geométricos, outros problemas desencadeadores podem ser elaborados e outros recursos têm possibilidade de serem utilizados pelos profissionais da educação, ou seja, sabendo que o controle das variações das dimensões materializado na ação humana de medir um objeto ou espaço representa a unidade dos conceitos geométricos, essa se revela como a direção a seguirmos.

Várias possibilidades de problemas desencadeadores de aprendizagem podem ser realizadas conforme for conveniente à realidade da instituição. Por exemplo, se o espaço escolar for limitado, pode-se propor um problema desencadeador em que há necessidade de se realizar um jardim vertical ou outro que requer a medição da carteira do estudante, entre outros. Apresentado o problema desencadeador, para sua resolução recomendamos que sejam dispostos materiais não convencionais que auxiliem os estudantes no processo de medição das áreas determinadas a fim de que passem por problemas semelhantes aos vividos pelo homem na compreensão dos fenômenos da natureza.

Com o intuito de contribuirmos com esse movimento de organização da atividade de ensino dos conceitos geométricos, apresentamos, a seguir, as seis ações que desenvolvemos para a proposta didática para os conceitos geométricos no 4º ano do EF: a seleção do conteúdo, os estudos sobre a essência do conceito, a elaboração da SDA, as formas de desenvolvimento com os estudantes (outras questões guia importantes para a solução do problema desencadeador), o encaminhamento para as representações objetual, gráfica e literal das soluções das diferentes tarefas e a elaboração da relação universal apresentada em uma fórmula literal.

Tabela 2: Organização da atividade de ensino: ações desenvolvidas

Ações de Ensino	Desenvolvimento
Seleção do conteúdo a ser ensinado	Conteúdos geométricos, em especial, o polígono.
Estudo da gênese do conceito	Estudamos o movimento lógico-histórico dos conceitos geométricos, buscando desvelar o lugar ocupado pelo polígono no sistema de relações sociais Vigotski (1996, 2000, 2001), Lanner De Moura (1995), Moura e Lanner De Moura (1998), Moura (1992, 1996, 2019), Dante (2011, 2017).
Escolha do recurso metodológico	Para a materialização do problema desencadeador da SDA, utilizamos como recurso uma situação emergente do cotidiano dos escolares a partir do desenvolvimento do projeto Sementes do Futuro: Como organizaremos o espaço para que os alunos do 4º ano possam cultivar as plantas no jardim da escola? 
Elaboração de ações objetais que contenham a relação universal do objeto	Elaboramos ações objetais, ou seja, ações que contemplem as propriedades físicas dos objetos, são elas: a medição do perímetro e área e a comparação entre as características dos objetos utilizados na medição do canteiro a fim de possibilitar, aos escolares, a apropriação das três dimensões geométricas.
Elaboração de tarefas particulares por meio da modelação em formas objetual, gráfica e literal	As tarefas particulares foram pensadas por meio da modelação em forma objetual: considerando a necessidade de os escolares introduzirem um terceiro objeto para medição do canteiro. Para isso, recomendamos que, ao medirem o comprimento e a largura do canteiro, inicialmente, isso seja feito sem um instrumento de medição convencional; forma gráfica: essa modelação se dará por meio de desenho do canteiro no caderno de matemática (com linhas quadriculadas); forma literal: por meio da explicação dos procedimentos utilizados para a medição. A partir da planificação do canteiro, no processo de resolução da tarefa, esperamos que os escolares percebam a possibilidade de contar agrupando os quadradinhos de 2 em 2, 3 em 3 etc., conforme as linhas e/ou colunas do caderno, revelando o princípio da multiplicação bem como o modelo da sua fórmula geral: $A = C \times L$ ou $A = b \times a$. Sendo: A = área, C = comprimento e L = largura, ou b = base e a = altura.
Elaboração de tarefas particulares para a aplicação das medidas na fórmula geral	Com a fórmula literal desenvolvida na ação de ensino anterior, podem ser realizadas outras tarefas particulares para a aplicação das medidas na fórmula e, assim, chegarem à medida exata da área do canteiro para saberem a quantidade de mudas de flores que devem ser compradas. Para melhor compreensão, os escolares podem realizar medições de outras áreas da escola.

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Em nossa **primeira ação de ensino, selecionamos o conteúdo a ser ensinado**. Tal decisão partiu da análise realizada por Ferreira (2017) na qual pudemos verificar, nas tarefas de geometria dos escolares presentes nos cadernos e no livro didático “Ápis Matemática 4º ano” (2011), que o encaminhamento apresentado restringe a abordagem do conceito de polígono, isto é, focaliza na definição deste, e as tarefas analisadas, por sua vez, não garantem, aos escolares, a apropriação dos nexos dinâmico-causais dimensionais (por exemplo, que os segmentos de retas que compõem o polígono representam os lados de uma figura tridimensional). Por ser um produto cultural, consideramos o conceito de polígono fundamental para a compreensão do sujeito da necessidade humana de controlar a variação das dimensões dos objetos ou espaços na ação de medir.

Na **segunda ação de ensino**, como apresentado no início desta seção, debruçamo-nos em estudar **o movimento lógico-histórico** do conceito de polígono considerando, principalmente, os estudos de Vigotski (1996, 2000, 2001), Lanner De Moura (1995), Moura e Lanner De Moura (1998), Moura (1992, 1996, 2019), Dante (2011, 2017). Consideramos esse momento essencial visto que investigamos para além do que está posto na aparência, por vezes expressa na lógica formal, uma vez que “[...] a lógica dialética não prescinde da lógica formal, mas a toma como parte de um processo mais amplo e complexo; o pensamento teórico não prescinde do pensamento empírico, incorporando-o por superação” (MARTINS, 2011, p. 54).

A **terceira ação de ensino** foi o momento em que realizamos **a escolha pelo recurso metodológico** a ser utilizado na materialização da SDA. Nesta pesquisa, utilizamos como recurso a situação emergente do cotidiano dos escolares a partir do desenvolvimento do projeto Sementes do Futuro. Consideramos que “A problematização de situações emergentes do cotidiano possibilita à prática educativa a oportunidade de colocar a criança diante da necessidade de vivenciar solução de problemas significativos para ela” (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998, p. 13-14). Nesse sentido, o problema desencadeador deve contemplar a essência do conceito a ser trabalhado, seu movimento lógico-histórico e a gênese dos conceitos, como os geométricos e, em especial, o de polígono.

Ao resolver esse problema desencadeador mobilizado a partir de uma situação emergente do cotidiano, o escolar realiza o movimento de apropriação da essência do conceito geométrico, isto é, as dimensões são compreendidas no movimento singular e particular de representação das relações entre as grandezas (DAVÍDOV, 1982). Por

exemplo, dificilmente um conteúdo específico (singular), como o de polígono, pode ser compreendido de modo isolado e por si mesmo, mas por meio das condições de vida concretas e que são históricas (mediado pelo particular) a partir da sua relação com o controle das variações das dimensões (universal). Nesse movimento dialético, ocorre o trânsito mental dos objetos isolados e singulares até as evidências pertencentes a grupos inteiros desses objetos, ou seja, sua generalização (DAVÍDOV 1982). Para tanto, a “[...] construção do sistema de tarefas particulares a resolver por um procedimento geral” (DAVÍDOV, 1988, p. 181, tradução nossa)⁸⁷ é orientadora nesse processo de apropriação do objeto de estudo.

Na **quarta ação de ensino**, pensamos em **ações objetais que contenham a relação universal do objeto** a ser estudado pelos escolares, ou seja, ações que contemplem as propriedades físicas dos objetos, possibilitando a apropriação das dimensões por meio das generalizações teóricas⁸⁸ realizadas por meio da apropriação dos conceitos de perímetro, área e a comparação entre as características dos objetos utilizados na medição do canteiro.

Recomendamos que, nesse momento, não sejam utilizados instrumentos convencionais para a resolução do problema desencadeador a fim de que os escolares percebam o movimento lógico-histórico de produção do conceito e a necessidade de padronização da medida.

- **Perímetro:** Indagar: *Se medirmos o contorno do terreno, obteremos a quantidade total de sua superfície? Como podemos fazer isso?* (É esperado que os escolares realizem medições antropométricas). *Qual foi o resultado obtido?* Por meio da comparação entre as medidas antropométricas, por exemplo, a passada do colega A é maior, menor ou igual à passada do amigo B, dentre outras formas, verificamos resultados diferentes e sua ineficácia na medição. Nesse momento, questionar: *Como resolveremos esse problema?* Torna-se evidente a necessidade de os escolares estabelecerem uma unidade de medida padrão. Para tanto, deve ser disponibilizado um rolo de barbante

⁸⁷ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*construcción del sistema de tareas particulares a resolver mediante un procedimiento general*”.

⁸⁸ Nos princípios 4 e 5 respectivamente: “As relações de generalidade” e “As generalizações teóricas para a estruturação do ensino”, discutimos que o sujeito ao se apropriar de um objeto faz uso de instrumentos físicos e simbólicos possibilitando-o compreender o significado da palavra/objeto. A palavra em si representa um ato generalizante que se desenvolve na transição de uma palavra à outra. Tal como na apropriação dos conceitos de perímetro e área, e com a comparação das características dos objetos, ocorrem novas mudanças na estrutura de generalidade dos conceitos geométricos.

para que eles possam realizar novamente a medição e verificar se apenas a medida do contorno contempla a área total do canteiro. Após os argumentos apresentados, convém demonstrar a unidimensionalidade do contorno da linha esticando o barbante no chão e interpelar: *Como saberemos até onde irá o canteiro se a corda oferece só o seu comprimento do contorno?* (Não sabemos a medida dos seus lados).

- **Área:** Portanto: *Qual a diferença entre a medida do barbante esticado, o qual apresenta um único sentido, no caso, o comprimento e a superfície do canteiro?* É de esperarmos que os escolares percebam a necessidade de introduzirem uma segunda dimensão para a medição, a largura. Considerando as hipóteses levantadas, enfatizar a inserção da segunda dimensão e revelar que a medição dos lados do canteiro denomina-se perímetro e a nomenclatura convencional para superfície, área. Para melhor compreensão, podem ser verificados, em outros ambientes da escola, o perímetro e a área desses lugares.
- **Comparação entre as características dos objetos:** *Observando as duas dimensões (comprimento e largura), como medir a área do canteiro?* É desejado que os escolares sintam a necessidade de inserir um terceiro objeto para medição. Para realizar essa ação, devem ser selecionados, previamente, alguns materiais como folhas de sulfite, papelão, caixas e tesouras à disposição dos escolares. Diante das possíveis resoluções para o problema, deve ser testada a eficácia ou não de cada um, examinando os objetos selecionados, enfatizando sua nomenclatura e propriedades como vértice, aresta, face, superfície, curva etc.

O objetivo dessa ação de ensino é possibilitar, aos escolares, a compreensão de que, para medirem a área do terreno, é fundamental dominarem as relações entre as grandezas, ou seja, devem saber comparar os diferentes comprimentos, alturas, larguras etc.

Na **quinta ação de ensino**, devemos orientar, os escolares, quanto à realização de mais tarefas particulares que promovam a apropriação do conceito de polígono para a medição do canteiro por meio da **modelação em formas objetual, gráfica e literal**.

Após a introdução e aplicação concreta na realidade dos conceitos de perímetro, área e dimensões, em forma objetual, os escolares perceberão que o objeto escolhido para medirem a área afigura ser trabalhoso para realizarem essa tarefa.

Logo, em sala de aula, questionar: *Como calcular a área do canteiro de forma mais rápida, sem a necessidade de estar no local?* Após a análise das propostas, solicitar, aos escolares, representações na forma gráfica do canteiro por meio de desenho no caderno de matemática (com linhas quadriculadas) e literal por meio da explicação dos procedimentos utilizados.

Nesse movimento de solução do problema desencadeador, definimos cada procedimento de planificação do canteiro por meio de um sistema de comunalidade e generalidade do conceito de polígono. Procedimentos:

- **Linha curva – reta – segmento:** *Quando pensamos no formato do canteiro, qual é o nosso primeiro procedimento para planificarmos no papel: utilizamos uma linha curva ou reta? Vocês sabem o que é linha?* Nesse momento, utilizando a lousa, demonstrar os significados de ponto (adimensional), linha curva, reta e segmento.

Relembrar a medição do perímetro do canteiro com o questionamento: *Quando medimos o perímetro, o barbante ficou mais parecido com qual formato?* Desenhar na lousa linhas simples, que seguem uma mesma direção (horizontal, vertical ou inclinada); porém, há que se indagar: *O barbante tinha começo e fim?* Explicar verbalmente aos escolares e com representação na lousa que quando uma linha apresenta seu começo e fim trata-se de um segmento de reta.

- **Linhas complexas: poligonais – abertas:** Explicar que uma sequência de segmentos de retas que apresentam direções diferentes é denominada de linhas poligonais ou linhas “quebradas” porque, quando um segmento de reta se une a outro, formam-se, no mínimo, dois ângulos e aparentam estar “quebradas” (exemplificar na lousa). Em seguida, apresentar as linhas poligonais, onduladas e mistas, indagar: *O que essas figuras têm em comum e o que as diferencia?*
- **Linhas fechadas: limite das figuras (interno e externo) – perímetro – área:** Após as respostas dos escolares, ressaltar que, quando as linhas poligonais (quebradas) ou onduladas (curvas) se fecham, passam a ser munidas de interior e exterior, de perímetro e área. Ainda, observar: *O que representa (significa) cada linha do polígono?* Sugerir que se lembrem do perímetro do canteiro. É desejado que os escolares percebam que as linhas representam os lados da figura/canteiro.

Confirmar, assim, “[...] que as figuras limitadas por linhas quebradas fechadas se chamam polígonos; os segmentos que formam o contorno são chamados lados do polígono; por sua vez, as suas extremidades, vértices poligonais” (MAME, 2014, p. 120-121).

Agora, utilizando a forma gráfica, evidenciar aos escolares, por meio dos exemplos de polígonos na lousa, que podemos planificar o canteiro no seu formato poligonal para realizar as medições. Questionar: *Algum desses polígonos lembra o formato do canteiro? Desenhem um polígono que melhor represente ao canteiro do jardim da escola.* (É recomendado que não haja polígono idêntico semelhante ao canteiro). Verificar as planificações dos grupos e solicitar, ao escolar que melhor representou o polígono, que o desenhe na lousa. Nesse momento, retomar os conceitos de perímetro e área apontando o limite das figuras (interno e externo). Posteriormente, sugerir que os demais grupos reproduzam esse polígono no caderno e questionar: *Como vocês propõem que façamos a medição da área do canteiro com sua representação no papel?* É intencionado que o escolar conclua que, para medir o canteiro, devem ser representadas suas duas dimensões no papel (o comprimento e a largura) e que, com a unidade que foi estabelecida como medida da área, também é possível representá-la no papel e/ou utilizar sua forma objetual, ou seja, sobrepondo quadradinhos (previamente separados) na área delimitada na folha do caderno. (Deixar à disposição pedacinhos de E.V.A. recortados no formato quadrangular para os escolares realizarem a sobreposição na área).

Após essa tarefa, fazer o seguinte questionamento: *Como podemos contar, de forma mais rápida, os quadradinhos?* No processo de resolução dessa tarefa, esperamos que o escolar perceba a possibilidade de contar agrupando os quadradinhos de 2 em 2, 3 em 3 etc., conforme as linhas e/ou colunas, revelando o princípio multiplicativo bem como o modelo da sua fórmula geral: $A = C \times L$ ou $A = b \times a$. Sendo: A = área, C = comprimento e L = largura, ou b = base e a = altura.

O objetivo da **sexta ação de ensino** é possibilitar **a apropriação da relação universal apresentada na fórmula literal** e desenvolvida na ação de ensino anterior. Para realizar essa ação, junto com os escolares, medir o comprimento e a largura do canteiro com um instrumento convencional (trena, fita métrica etc.) e aplicar as medidas na fórmula geral e, assim, chegar à medida exata da área do canteiro para a

compra das mudas de flores. Davídov (1988, p. 186, tradução nossa)⁸⁹ assegura que, “Graças a esta fórmula geral do modelo, as crianças podem diferenciar e fixar qualquer relação múltipla particular das grandezas [...]”. Para melhor compreensão, os escolares podem realizar medições de outras áreas da escola.

Por exemplo, o professor pode solicitar, aos escolares, que meçam a área da própria carteira, a fim de que resolvam o problema com base na fórmula literal construída na quinta ação de ensino. A apropriação dessa fórmula possibilita, aos estudantes, realizarem várias mensurações.

5.2 AOE: Contribuições para a organização da proposta didática de geometria

Em nosso momento inicial de investigação, o conceito de atividade foi direcionador das nossas ações de pesquisa e ensino. Consubstanciado na AOE, ele reforça a intencionalidade da atividade de ensino para desencadear a atividade de aprendizagem dos estudantes, fornecendo subsídios teóricos e metodológicos que fundamentam e desenvolvem a atividade pedagógica. Para além de uma ação, temos na AOE uma teoria focalizada no significado cultural (antropológico) da ação, o que implica total dependência da teoria com a prática, isso é, a realização da efetiva práxis educativa.

Podemos vislumbrar essa questão pelo caminho que percorremos nesta tese considerando o sujeito nos âmbitos filosófico, mediante as leis gerais do desenvolvimento humano; psicológico e biológico, com as generalizações teóricas realizadas a partir das relações interfuncionais da consciência (FPS), de acordo com o lugar social que o sujeito ocupa; pedagógico e didático, com AOE pensando na forma de articular teoria e prática, para a apropriação adequada dos sujeitos dos conceitos elaborados historicamente. Pensamos, assim, em um dos pressupostos teórico-metodológicos da AOE: a tríade sujeito-conteúdo-forma. Defendemos e reafirmamos neste estudo que

[...] a AOE, como mediação, é instrumento do professor para realizar e compreender seu objeto: o ensino de conceitos. E é instrumento do

⁸⁹ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*Gracias a esta fórmula general del modelo, los niños pueden diferenciar y fijar cualquier relación múltiple particular de las grandezas*”.

estudante que age rumo à apropriação de conhecimentos teóricos a serem objetivados pela AOE. Desse modo, a AOE tem as características de fundamento para o ensino e é também fonte de pesquisa sobre o ensino (MOURA; ARAUJO; SERRÃO, 2018, p. 421).

Convém ressaltar que o movimento investigativo que realizamos para a elaboração da proposta didática de geometria teve como mediação a AOE ao colocarmos em movimento os princípios norteadores para a organização do ensino apresentados na seção 2 deste trabalho. Consideramos que os princípios 1, 2 e 3 representam a dimensão orientadora da AOE, na condição de que verificamos, no conceito de atividade, que a necessidade criada no seio social sempre está direcionada ao objeto (ligação que manifesta a consciência do sujeito em atividade).

Na dimensão executora, vislumbramos os princípios 4 e 5 por desvelarmos que o modo de apropriação do sujeito do conteúdo objetual perpassa pelas relações mais sensíveis entre os conceitos, com sua posterior generalização e formação de um sistema. Assim sendo, as ações e operações de ensino são direcionadoras para essa dinâmica de apropriação do sujeito da experiência acumulada historicamente.

À vista disso, defendemos que a apropriação adequada, do sujeito, dos conhecimentos geométricos acumulados na história da humanidade torna-se possível por meio do ensino que, em sua organização, considere o sistema de conceitos [engendrados por seu movimento lógico-histórico de produção e desenvolvimento] como via para a formação das bases do pensamento teórico.

6. O CAMINHO PERCORRIDO: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O caminho percorrido para superar a concepção de ensino de geometria verificada os anos iniciais de escolarização (FERREIRA, 2017) representa a busca pela apreensão do movimento dos princípios da Teoria Histórico-Cultural e dos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) para a organização do ensino com base na formação do sistema de conceitos geométricos.

A retomada dos princípios e o aprofundamento os estudos acerca das generalizações teóricas para a organização do ensino, manifesta que a formação de conceitos e de sistema de conceitos ocorre por meio das relações estabelecidas socialmente e revela-se no movimento de apropriação do conteúdo do objeto expresso na palavra. Por esse motivo, o significado da palavra faz a mediação até a expressão verbal, logo, a via de acesso do pensamento à palavra passa por uma mediação interna, evidenciando a variável psicológica que deve ser significativamente ordenada na combinação do abstrato e concreto (VIGOTSKI, 2001).

Com base nessa combinação, nossos estudos revelaram que o sistema conceitual se engendra a partir da dinâmica, do movimento lógico-histórico de criação e desenvolvimento do conceito. Esse processo possibilita identificarmos as categorias expressas nas relações de comunalidade que unificam o significado dos conceitos, por meio de outros, hierarquicamente superiores, sua generalização.

Em função disso, essas relações entre os conceitos acontecem quando há unidade entre o abstrato e concreto, entre o lógico e histórico, entre o objetivo e as condições para alcançá-lo, entre as ações e as operações. Em nossa investigação defendemos que essa unidade se torna possível pela mediação da atividade como “[...] a unidade de vida mediatizada pelo reflexo psicológico, cuja função real consiste em que orienta ao sujeito no mundo objetivo” (LEONTIEV 1978, p. 67, tradução nossa)⁹⁰.

Em se tratando de mundo objetivo, evidenciamos que, de acordo com o lugar social que ocupa o sujeito, realiza atividades que são dominantes e que governam as principais e mais importantes mudanças em seus processos psíquicos, visto que as

⁹⁰ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] *la unidad de vida mediatizada por el reflejo psicológico, cuya función real consiste em que orienta al sujeto en el mundo objetivo*”.

relações interfuncionais da consciência se desenvolvem de acordo com o sistema de relações sociais em que o sujeito se encontra.

No período da atividade de estudo, focalizado nesta pesquisa, as relações interfuncionais da consciência da criança apresentam maior diferenciação da atenção e memorização. Por esse motivo, identificamos que a criança ainda realiza o pensamento por complexos, pois suas generalizações são baseadas nas características externas e aparentes dos objetos inseridos em sua realidade objetiva. Para superar, por incorporação, esse tipo de pensamento, devemos colocar a criança em atividade na direção da formação do pensamento por conceitos.

Na atividade, o sujeito realiza a tomada de consciência “[...] por meio da formação de um sistema, fundamentado em determinadas relações de comunalidade entre os conceitos” (VIGOTSKI, 2001, p. 217, tradução nossa)⁹¹. As relações de comunalidade são consideradas, por Vigotski (2001), as mais sensíveis, pelo fato de que, quando o sujeito percebe os traços comuns entre os objetos ou palavras, realiza uma generalização. Esse é o motivo pelo qual o autor afirma que a consciência significa generalização e a generalização, a formação de um conceito superior.

Nessa perspectiva, com base em um dos pressupostos da AOE, realizamos o estudo do movimento lógico-histórico de criação e desenvolvimento dos conceitos matemáticos, em direção aos geométricos, à gênese de sua criação, isto é, à sua relação nuclear que confere unidade aos conceitos. Nossas investigações junto à OPM apontaram para a relação entre as grandezas como o fundamento geral do ensino de matemática, pois, na expressão numérica, para se medir (quantificar), é necessário desenvolver a ação mental de comparar grandezas de mesma qualidade, em que uma delas é utilizada como unidade de medida da outra.

Ao delimitar essa questão à geometria, identificamos que sua relação nuclear está na necessidade humana de controlar as variações das dimensões dos objetos e espaços na ação de medir, isto é, na dinâmica da atividade objetual-prática, como na delimitação da terra, construção de muros e moradias, medição de distância entre outras. Consideramos que o controle das variações das dimensões das diferentes grandezas engendrou-se (histórica e dialeticamente) pela necessidade do homem de planificar um objeto ou espaço tridimensional em determinado plano.

⁹¹ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “[...] a través de la formación de un sistema, fundado en determinadas relaciones de comunalidad entre los conceptos”.

Diante disso, analisando o movimento de constituição do sistema de conceitos geométricos, voltamo-nos para as suas relações iniciais, a partir das relações de comunalidade e generalidade, para, assim, elaborarmos a proposta didática para o ensino de geometria.

Verificamos que as dimensões geométricas apresentam diferentes estruturas de generalização: *adimensional* (ponto), *unidimensional* com o comprimento (linhas abertas), *bidimensional* com o comprimento e a largura (linhas fechadas) e *tridimensional* com o comprimento, a largura e a altura e/ou profundidade (representação dos objetos). Essas estruturas variam em consonância com as relações de comunalidade entre os conceitos geométricos em determinado grau de aplicação na realidade.

Nesse movimento, foi possível identificar que o conceito de polígono tem como relação nuclear as grandezas comprimento e largura, apresentando-se, dessa forma, como uma propriedade particular dentro de um sistema de conceitos da geometria engendrado pela necessidade prática de se planificar um objeto ou espaço tridimensional no plano do papel. Nesse processo de execução, reconhecemos que as linhas poligonais fechadas, formadas por segmentos de reta que representam os lados da figura, recebem o nome de polígonos, que significa muitos lados ou muitos ângulos. Ao buscar aperfeiçoar seu desenho no plano, com o nível de generalidade já adquirido com as relações bidimensionais, o homem pode aprofundar a representação do objeto por meio do estabelecimento de uma nova grandeza: a altura. Compuseram-se, assim, as três dimensões: comprimento, largura e altura e/ou profundidade.

Asseguramos que a apropriação desses conceitos foi direcionada pelos pressupostos da AOE e dos princípios 1, 2 e 3⁹² como uma dimensão orientadora indispensável para fundamentarmos nossa proposta didática para o ensino de geometria no 4º ano do EF. Com os princípios 4 e 5⁹³, uma dimensão executora, considerando a tríade sujeito-conteúdo-forma para a materialização da atividade de ensino. Assim, elaboramos uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA)

⁹² Princípio 1: As condições objetivas para o ensino: as relações sociais; Princípio 2: A atividade consciente na relação dialética com o desenvolvimento do pensamento teórico; Princípio 3: O conteúdo objetal.

⁹³ Princípio 4: As relações de generalidade; Princípio 5: As generalizações teóricas para a estruturação do ensino.

utilizando como recurso metodológico uma situação emergente do cotidiano dos escolares, a fim de se constituir como problema gerador de motivos de aprendizagem. Para tanto, apresentamos um problema desencadeador que carrega a gênese dos conceitos geométricos: a necessidade de controlar as variações das dimensões dos objetos e espaços.

Posteriormente, propomos a organização de um modelo de estudo, com a relação universal do objeto estudado. Contemplamos ações objetivas práticas que não podem ser realizadas, pelos estudantes, unicamente pela manipulação sensório-concreta do objeto, mas por ações mentais que desvelam novas propriedades que refletem a natureza interna, isto é, a gênese do conceito (DAVÍDOV, 1988). Na “Comparação entre as características dos objetos”, buscamos, com a mudança na comparação das grandezas, garantir “[...] uma transformação no modelo da relação encontrada que permita estudar suas propriedades gerais” (DAVÍDOV, 1988, p. 187, tradução nossa)⁹⁴.

Em seguida, na quinta ação de ensino, organizamos tarefas particulares para serem resolvidas com base no modelo geral, construído pelos escolares. Propiciamos a modelação dessa relação nas formas objetual, gráfica e literal (DAVÍDOV, 1988). Para finalizarmos, na sexta ação de ensino, a partir da fórmula literal desenvolvida anteriormente, buscamos a apropriação da relação universal apresentada por meio da medição do comprimento e a largura do canteiro com um instrumento convencional, aplicando as medidas na fórmula geral e, assim, chegarmos à medida exata da área do canteiro para a compra das mudas de flores.

Nesta organização da proposta didática para o ensino de geometria do 4º ano do EF, revelamos que a unidade entre os conceitos matemáticos engendra e desenvolve o sistema conceitual. Por esse motivo, consideramos que o conceito de polígono, por si só, apenas em sua definição científica, não poderia refletir a rica totalidade da realidade objetivada na prática, na necessidade humana encarnada em seu conceito. Uma vez que se foca nas partes empíricas, permanece-se na aparência e perde-se a unidade, a essência, restringindo o desenvolvimento do pensamento do escolar.

⁹⁴ Na versão em espanhol do original russo, lê-se: “*Una transformación en el modelo de la relación encontrada que permite estudiar sus propiedades generales*”.

Esse percurso realizado em nossa investigação, revela que a organização do ensino, mediada pelos pressupostos da AOE, coloca em movimento as categorias do método Materialista Histórico e Dialético, na dinâmica entre: a aparência e a essência do fenômeno, o empírico e o teórico, o abstrato e o concreto. No ensino de geometria, essas categorias se manifestam com uma organização que considera o sistema de conceitos, engendrados por seu movimento lógico-histórico de criação e desenvolvimento a via adequada para a formação das bases do pensamento teórico dos estudantes.

Cabe ressaltar que tecemos possibilidades para a organização do ensino dos conceitos geométricos nos anos iniciais de escolarização, reconhecendo que as análises sobre a temática não se esgotam, mas se desenvolvem em graus mais avançados. Este entendimento nos motiva a continuar no movimento de estudo em defesa da organização do ensino que apresente, aos escolares, a relação entre os conceitos, mediatizando o reflexo psíquico da realidade objetiva.

REFERÊNCIAS

ARAUJO, E. S. Atividade Orientadora de Ensino: princípios e práticas para a organização do ensino de matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, V. 8. N. 15, p. 123-146, 2019.

ARAUJO, E. S.; MORAES, S. P. G. Dos princípios da pesquisa em Educação como Atividade. In: MOURA, M. O (org). **Educação Escolar e pesquisa na Teoria Histórico-Cultural**. – São Paulo: Edições Loyola, 2017, p. 47-70.

ASBAHR, F. S. F. Idade escolar e atividade de estudo: educação, ensino e apropriação dos sistemas conceituais”. In.: MARTINS, L.M.; ABRANTES, A.A.; FACCI, M.G.D. (orgs). **Periodização Histórico Cultural do Desenvolvimento: do nascimento à velhice**. São Paulo: Editora Autores Associados, 2016. p.171-192.

ASSUMPÇÃO, M. P. **Que tipo de pensamento a escola tem desenvolvido nos educandos?** Uma análise das tarefas escolares do eixo números e operações. 143f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, 2018.

BIELLA, M. S. **Ações formadoras significação da docência na atividade de ensino**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

BRASIL. **LDB: Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**: lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. – 5. ed. – Brasília: Câmara dos Deputados, Coordenação. Edições Câmara, 2010.

CEDRO, W. L. **O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino**: O Clube de Matemática, 157 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

_____. **O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de Matemática**: uma perspectiva histórico-cultural, 242 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

Cedro, W. L.; Moretti, V. D.; Moraes, S. P. G. de; Desdobramentos da Atividade Orientadora de Ensino para a organização do ensino e para a investigação sobre a atividade pedagógica. **Linhas Críticas**. Brasília, v. 24, p. 431-452, 2019.

DA SILVA, V. A. V. Geometria plana de maneira lúdica e construtiva. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE**: Produção Didático-pedagógica, 2016. Curitiba: SEED/PR., 2016. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/>> . Acesso em: 11/06/2019. ISBN 978-85-8015-094-0.

DANTE, L. R. **Ápis Matemática - 4º ano**. São Paulo: Ática, 2011.

_____. **Ápis Matemática - 4º ano**. 3.ed. São Paulo: Ática, 2017.

DAVÍDOV, V. Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo. In: DAVÍDOV, V.; SHUARE, M. (Org.). **La Psicología evolutiva y pedagógica em la URSS**: antologia. Moscú: Editorial Progreso, 1987b. p. 143-155.

_____. **La Enseñanza Escolar y el Desarrollo Psíquico**. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

_____. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DAVÍDOV, V. V.; MÁRKOVA, A. El desarrollo del pensamiento en la edad escolar. In: DAVÍDOV, V.; SHUARE, M. (Org.). **La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS - Antología**. Moscú: Editorial Progreso, 1987a.

ELKONIN, D. B. Acerca del problema de la periodización del desarrollo psíquico en la edad infantil. IN: ILIASOV, I. I.; YA LIAUDIS, V. **Antología de la psicología pedagógica y las edades**. Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1986. p. 34-41.

ENGELS, Friedrich. **Sobre o papel do trabalho na transformação do macaco em homem**. 1876.

FACCI, M. G. D. **A periodização do desenvolvimento psicológico individual na perspectiva de Leontiev, Elkonin e Vigotski**. Caderno CEDES, Campinas, vol. 24, n. 62, 2004.

FERNANDES, F. Introdução. In: **Contribuição à crítica da economia política**; tradução e introdução de Florestan Fernandes. 2.ed. - São Paulo: Expressão Popular, 2008.

FERREIRA, M. P. **As bases para a organização do ensino de geometria: uma análise sobre as tarefas escolares**. 177f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá. Orientadora: Silvia Pereira Gonzaga de Moraes. Maringá, 2017.

FERREIRA, M. P. MORAES, S. P. G. de. Análise do sistema de conceito geométrico presente no livro didático do 4º ano do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Debate**. v. 5, n.11, p. 1-15, 2021.

FRANCO, P. L. J. **O desenvolvimento de motivos formadores de sentido no contexto da atividade de ensino e estudo na escola pública brasileira**. 2015. 358 f. Tese (Doutorado em Educação Escolar) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015.

FURLANETTO, F. R. **O movimento de mudança de sentido pessoal na formação inicial do professor**, 195 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

GADOTTI, M. **Concepção dialética da educação**: um estudo introdutório. 3ª ed. São Paulo: Cortez: Editores Associados, 1983. (Coleção educação contemporânea).

GLADCHEFF, A. P. **Ações de estudo em atividade de formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais**. 287 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

GOMÇALVES, J. R. S. Edward Sapir: Forma Cultural e Experiência Individual. **Sociologia & Antropologia** [online]. 2012, v. 2, n. 4 20, p. 25-33.

GRAMSCI, A. **Cadernos do cárcere** – volume 1: Introdução ao estudo da filosofia; A filosofia da Benedetto Croce. Edição e trad. de Carlos Nelson Coutinho, coedição de Luiz Sérgio Henriques e Marco Aurélio Nogueira. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1999.

HEDEGAARD, M. A zona de desenvolvimento proximal como base para o ensino. In: DANIELS, H.(org). **Uma introdução a Vygotsky**. Trad. Marcos Bagno. São Paulo: Edições Loyola, 2002.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Tradução de Paulo Bezerra. Rio de Janeiro: Civilização brasileira, 1978.

KOSIK, K. **Dialética do concreto**. Rio de Janeiro: Terra e Paz, 1976.

LANNER de MOURA, A. R. **A medida e a criança pré-escolar**. 1995. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1995.

_____. Medindo a sombra. In. **Apostila para a formação continuada de professores**. São Paulo. 2004. Digitalizado.

LAZARETTI, L. M. **A organização didática do ensino na educação infantil: implicações da teoria histórico-cultural**. 204 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

LENIN V. I. **Conspectus of Hegel's Book The Science of Logic**, Collected Works, Volume 38, 1976.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo**. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2004.

_____. **Actividad, consciencia, personalidad**. Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1978.

LOCATELLI, S. C. **O Ensino de Geometria: o que revelam as tarefas escolares?** 148f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, 2015.

LOCATELLI, S. C.; MORAES, S. P. G. What does school work reveal on the teaching of geometry in year 2 of the primary school? **International Journal for Research in Mathematics Education**. v. 6, n. 2, p. 152-171, 2016.

MENAGASSI, R. J. A teoria de Vygotsky sobre o desenvolvimento dos conceitos científicos na infância e a teoria dos esquemas. **Fragmentos**. v. 3, n. 2, 1990.

MARTINS, L. M. Pedagogia histórico-crítica e psicologia histórico-cultural. In: Marsiglia, A. C. G. (Org.). **Pedagogia histórico-crítica: 30 anos**. Campinas, SP: Autores Associados, p. 43-57, 2011.

_____. Especificidades do desenvolvimento afetivo-cognitivo de crianças de 4 a 6 anos. In: ARCE, A. MARTINS, L. M. (Orgs). **Quem tem medo de ensinar na educação infantil?: em defesa do ato de ensinar**. Campinas, Alínea, p. 36-121, 2007.

MARX, K. **Contribuição à crítica da economia política**; tradução e introdução de Florestan Fernandes. 2.ed. - São Paulo: Expressão Popular, 2008.

_____. **Manuscritos econômico-filosóficos**. Tradução de Jesus Ranieri. São Paulo: Boitempo, 2004.

_____. Teses sobre Feuerbach. In: MARX & ENGELS. **A ideologia alemã**. Tradução J. C. Bruni e Marco A. Nogueira. São Paulo: Hucitec, 1996.

_____. (1859) Para a Crítica da Economia Política – Introdução. In: **Marx**. São Paulo: Abril Cultural, 1978.

MORAES, S. P. G de. **A avaliação do processo de ensino e aprendizagem em matemática**: contribuições da teoria histórico-cultural. 2008. 261 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

MORAES, S. P. G. de; MOURA, M. O. de. Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em matemática: contribuições da teoria histórico-cultural. **Bolema**: boletim de educação matemática. Rio Claro, SP, v. 22, n. 33, p. 97-1, 2009.

MORETTI, V. D. **Professores de matemática em atividade de ensino**. Uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação – USP, São Paulo, 2007.

MOURA, M. O. de; LANNER de MOURA, A. R. **Escola: um espaço cultural. Matemática na educação infantil**: conhecer, (re)criar - um modo de lidar com as dimensões do mundo. São Paulo: Diadema/SECEL, 1998.

MOURA, M. O. de. et al. **A atividade orientadora de ensino**: unidade entre ensino e aprendizagem. *Diálogo Educacional*, Curitiba, n. 29, 2010.

MOURA, M. O. de. et al. (Org) **Atividades para o ensino de matemática nos anos iniciais da educação básica**. Volume II: Medidas. Ribeirão Preto: FFCLRP/USP, 2018.

MOURA, M. O.; ARAUJO, E. S.; SERRÃO, M. I. B. **Atividade Orientadora de Ensino: fundamentos**. Linhas Críticas (UNB), v. 24, p. 339-358, 2018.

MOURA, M. O. de; ARAUJO, E. S. **Apresentação: Apresentar-se**. *Obutchénie. Revista De Didática E Psicologia Pedagógica*, 4(2), p. 293–309, 2020.

MOURA, M. O. **A construção do signo numérico em situação de ensino**. 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, SP, 1992.

_____. (Coord.). **Controle da variação das quantidades, atividades de ensino**. São Paulo/USP, 1996.

_____. A objetivação do currículo na atividade pedagógica. *Obutchénie: R. de Didat. e Psic. Pedag.* Uberlândia, v.1, n.1, p. 98-128, jan./abr. 2017. DOI: <http://dx.doi.org/10.010101/XXXXX2017-5>.

_____. **Números racionais arquivo**. (2015). Disponível em: <https://disciplinas.stoa.usp.br/mod/resource/view.php?id=155570>. Acesso em: 19 ago. 2019.

MOYA, P. T. **Princípios para a organização do ensino de matemática no primeiro ano do ensino fundamental**. 167f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá. Orientadora: Profa. Dra. Silvia Pereira Gonzaga de Moraes. Maringá, 2015.

_____. **O movimento de organização do ensino pelo professor em atividade**. 254f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2020.

NASCIMENTO, C. P. A. **A organização do ensino e a formação do pensamento estético-artístico na teoria histórico-cultural**, 249 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

PANOSSIAN, M. L. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra**. 318 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Currículo Básico para a Escola Pública do Estado do Paraná**. Matemática. Curitiba, 2003. Disponível em: www.diaadiaeducacao.pr.gov.br, acesso em 15 de jun. 2016.

PASQUALINI, J. C. **Princípios para a organização do ensino na educação infantil na perspectiva Histórico-Cultural: um estudo a partir da análise da prática do professor**. 2010. 268 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual Paulista, Araraquara, 2010.

PASQUALINI, J. C.; MARTINS, L. M. Dialética Singular-Particular-Universal: implicações do método materialista dialético para a psicologia. **Psicologia e Sociedade**, v. 27, n. 2, p. 362- 371, mai./ago. 2015.

PLATÃO. **A República**. São Paulo: Cultura Brasileira, 1947.

POMMER, W. M. **A construção de significados dos números irracionais no ensino básico**: uma proposta de abordagem envolvendo os eixos constituintes dos números reais. Tese (Doutorado em Educação), Universidade de São Paulo, 2010.

PRESTES, Z. R. **Quando não é quase a mesma coisa**. Análise de traduções de Lev Semionovitch Vigotski no Brasil. Repercussões no campo educacional. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, 2010.

RIBEIRO, F. D. **Aprendizagem da docência na prática de ensino e no estágio**: contribuições da teoria da atividade, 196 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

ROSA, J. E. et al. As Significações Algébricas, Geométricas e Aritméticas Éticas no Processo de Elaboração do Sistema Conceitual aritmético à Luz da Teoria Histórico-Cultural. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 11, p. 329-350, 2009.

ROSA, J. E. **Proposições de Davydov para o ensino de matemática no primeiro ano escolar**: inter-relações dos sistemas de significações numéricas. 2012. 244 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.t

ROSA NETO, Ernesto. **Didática da Matemática**. São Paulo: Editora Ática, 1988.

RUBINSTEIN, S. **Princípios da psicologia geral**. Lisboa: Estampa, 1973.

SANTOS, E. de A. dos. **Tarefas escolares e as operações racionais**: um estudo sobre a organização do ensino de matemática. 156 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2020.

SAVIANI, D. O conceito dialético de mediação na pedagogia histórico-crítica em intermediação com a psicologia histórico-cultural. **Germinal: marxismo e educação em debate**, Salvador, v. 7, n. 1, p. 26-43, 2015.

SERCONEK, G. C. **Teoria do Ensino Desenvolvidor e aprendizagem**: um experimento com conceitos de área e de perímetro 191 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, 2018.

VIGOTSKI, L. S. **Obras escogidas IV**. 2. ed. Madrid: Centro de Publicaciones Del M.E.C. y Visor Distribuciones, 1996.

_____. **Obras escogidas III**. 2. ed. Madrid: Centro de Publicaciones Del M.E.C. y Visor Distribuciones, 2000.

_____. **Obras escogidas II**. 2. ed. Madrid: Centro de Publicaciones Del M.E.C. y Visor Distribuciones, 2001.

_____. **Sete aulas de Vigotski sobre os fundamentos da pedologia**. Organização [e tradução] Zoia Prestes, Elizabete Tunes. Tradução Cláudia da C. G. Santana. Rio de Janeiro: E-Papers, 2018.

WONG, W. **Princípios de forma e desenho**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.