

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO:
MESTRADO**

**COMO OS ALUNOS DE 3.^a SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL
COMPREENDEM O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL**

DÉBORAH CRISTINA MÁLAGA BARRETO

**MARINGÁ
2011**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO: MESTRADO

**COMO OS ALUNOS DE 3.^a SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL COMPREENDEM
O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL**

Dissertação apresentada por DÉBORAH CRISTINA MÁLAGA BARRETO, ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Maringá, como um dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora:
Prof.^a Dr.^a GEIVA CAROLINA CALSA

MARINGÁ
2011

DÉBORAH CRISTINA MÁLAGA BARRETO

**COMO OS ALUNOS DE 3.^a SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL COMPREENDEM
O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL**

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a Dr.^a Geiva Carolina Calsa (Orientadora) – UEM

Prof.^a Dr.^a Maria Lucia Faria Moro – UFPR - Curitiba

Prof.^a Dr.^a Maria Terezinha Bellanda Galuch – UEM

Dedico este trabalho aos meus pais, Wellington e Alda, pelo exemplo de vida, em especial na parte acadêmica e pelo incentivo ao interesse por matemática.

AGRADECIMENTOS

À minha orientadora, professora Dr.^a Geiva Carolina Calsa, pela dedicação e apoio ao longo desta jornada.

Às professoras Dr.^a Maria Lúcia Faria Moro, Dr.^a Maria Terezinha Bellanda Galuch e Dr.^a Augusta Padilha, pelas valiosas contribuições no Exame de Qualificação.

Aos professores do Mestrado em Educação da UEM, dos quais tive o privilégio de ser aluna e nos quais a competência e entusiasmo eram características contagiantes, especialmente a Dr.^a Lizete Shizue S. Maciel, ao Dr. João Luiz Gasparin e à Dr.^a Verônica Müller.

Aos colegas das turmas de Mestrado em Educação, com os quais pude contar em vários momentos.

Aos colegas do grupo de estudos GEPAC/UEM/CNPq, pelos momentos que estivemos juntos durante esse tempo e pelo aprendizado diante da diversidade de conhecimentos. Em especial, a Kelly Priscilla Lódodo Cezar, por seu conhecimento e pelas trocas significativas na compreensão da teoria piagetiana.

Às bibliotecárias da UEM, pela prontidão e empenho no atendimento; e à Ms. Carmen Torresan, pela contribuição em um momento crucial da dissertação.

Aos professores e a equipe de Estatística Aplicada do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina, pelo apoio na escolha dos sujeitos da pesquisa.

Aos professores da UNESP – Marília, Dr. Paulo Prado e Dr.^a Simone Capellini, por terem participado na minha decisão em cursar o mestrado.

Ao professor Dr. Claudio Saiani, pelas valiosas sugestões bibliográficas.

À Secretaria Municipal de Educação de Londrina, pela disponibilidade em contribuir com esta pesquisa.

Às diretoras e professoras das escolas municipais em que a pesquisa foi desenvolvida, por sua receptividade, crédito e disponibilidade.

Aos alunos que participaram da pesquisa, por contribuírem de forma ímpar e por tudo que me ensinaram.

Às minhas colegas da equipe de trabalho (“Psico”), pela confiança, apoio e incentivo.

À minha numerosa família, particularmente ao Nivaldo, Alessandro, Andressa e Fabíola, pela compreensão de ausência nos momentos que deveria estar presente, pelo interesse e participação dando de forma inesperada o apoio a essa caminhada, pelo incentivo nas horas de desânimo e pelo companheirismo em todo o trajeto do mestrado. De cada um eu tive, em algum momento, o apoio necessário. A todos MUITO OBRIGADA!

Este trabalho é o resultado de uma construção a qual fui à maior beneficiada, pois além da aprendizagem, contei com o apoio de muitas pessoas, sem a participação das quais ele não teria sido realizado. Agradeço a todas, embora não tenham sido todas mencionadas.

BARRETO, Déborah Cristina Málaga. **COMO OS ALUNOS DE 3.^a SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL COMPREENDEM O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL** 98 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá. Orientadora: Geiva Carolina Calsa. Maringá, 2011.

RESUMO

A dificuldade encontrada pelos alunos diante dos conteúdos da disciplina de matemática tem proporcionado um aumento de pesquisas nesse campo do conhecimento. Os resultados apresentados pelos alunos do Ensino Fundamental em provas nacionais e locais têm estimulado a busca pela compreensão deste problema e desenvolvimento de pesquisas para compreender as causas e tentar reverter o quadro que atualmente encontramos. Vários estudos destacam o domínio do sistema de numeração como requisito para outras disciplinas escolares como álgebra e geometria e, principalmente, como condição para o desempenho em operações aritméticas. Sendo assim, ter este domínio é condição essencial para operar em diversos conteúdos que compõem os conhecimentos na área de matemática, assim como em outras áreas. Em nossa rede de ensino, a apropriação do Sistema de Numeração Decimal (SND) é sistematizada desde as séries iniciais, porém é na 3.^a série que a proposta curricular vigente considera que este conhecimento já esteja construído pelo aluno. Frente a essas considerações, buscamos verificar como as crianças de 3.^a série do Ensino Fundamental compreendem os números. Foram selecionadas duas escolas municipais de uma cidade do norte paranaense: uma com o mais alto índice na Prova Brasil e outra com o mais baixo índice da prova realizada em 2007. Em ambas, foram entrevistadas 92 crianças de 3.^a série que teriam recebido instruções escolares sobre o tema da pesquisa (quantidades relativas correspondentes). Nas entrevistas verificamos a compreensão do sistema de numeração por meio de adaptação de entrevistas utilizadas em estudos anteriores. Sua análise mostra a forma como os alunos compreendem o SND, corroborando dados pesquisados anteriormente em outros estudos e confirmando a hipótese de que na 3.^a série os alunos ainda estão em fase de elaboração do SND. A pesquisa evidenciou que na 3.^a série, os alunos ainda estão em fase de construção deste sistema, facilitando a hipótese de que este fato justifique algumas formas de registro numérico realizadas por nossos alunos.

Palavras-chave: Educação. Educação matemática. Notação numérica. Sistema de Numeração Decimal.

BARRETO, Déborah Cristina Málaga. **HOW THE THIRD GRADE ELEMENTARY SCHOOL STUDENTS UNDERSTAND THE DECIMAL NUMBER SYSTEM BY.** 98 pages. Master's Degree Dissertation (Master's Program in Education) – Maringá State University. Supervisor: Geiva Carolina Calsa. Maringá, 2011.

ABSTRACT

The difficulty found for students against content of the discipline of the mathematics has led to increased in this area of knowledge. Results achieved by primary and secondary students in national and local examinations have stimulated the inquiry into this problem, as well as the search for alternatives which may revert the current situation. Several studies highlight the mastery of the numerical system as a prerequisite for other school subjects as algebra and geometry, and especially, as a condition for performance in arithmetical operations. Achieving such mastery is an essential condition for operation in several knowledge contents within mathematics, as well as in other areas. Within our educational network, the learning of the Decimal Number System is systematized beginning in the first grade, but it is in the third grade that the current curricular proposal considers such knowledge to be mastered by the student. Upon such considerations, the purpose of this paper was to observe how children actually understand numbers in the third grade. Two municipal schools located in the northern region of the state of Paraná were chosen for the study: one of the schools having the highest index in the Brazil Test and the other having the lowest index in the tests taken place in 2007. In both schools 92 children in the third grade were interviewed after being given instruction on the theme of the research (corresponding relative quantities). During the interviews the understanding of the numerical system was verified by means adaptation of interviews used in other studies. The research demonstrated how that third graders understand the Decimal Number System and are still elaborating this system, facilitating the hypothesis that this fact may justify some forms of numerical records which are performed by our students.

Key-words: Education. Mathematical Education. Numerical Notation. Decimal Number System.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Exemplo de representação de quantidade com três dígitos	67
Figura 2 – Registro de números. AG E1.....	69
Figura 3 – Registro de números compostos por 0 (zero)	70
Figura 4 – Escrita do número 2010	72
Figura 5 – Exemplo de compactação	73
Quadro 1 – Análise da escrita de números	39
Quadro 2 – Desempenho de alunos conforme o tipo de número	71
Quadro 3 – Hipóteses de representação de números	31
Quadro 4 – Resumo de desempenho dos alunos	75

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
2 NOTAÇÃO NUMÉRICA E SISTEMA DE NUMERAÇÃO	19
2.1 O número como representação de um conceito formado a partir de esquemas ..	25
2.2 Abstração: conceito importante na construção do número	28
2.3 Outros conceitos também importantes: a cardinalidade, conservação e composição aditiva	31
2.4 Número e Sistema de Numeração Decimal	37
2.5 Construção da notação numérica: alguma pesquisas	43
3 METODOLOGIA	51
3.1 O Método Clínico-crítico	51
3.2 A pesquisa	53
3.3 As entrevistas	55
3.4 Análise dos dados	58
4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	59
4.1 Quantidade de algarismos e magnitude do número	59
4.2 Valor Posicional	64
4.3 Registro de quantidades apresentadas oralmente	67
4.4 Comparação de quantidades apresentadas oralmente	73
4.5 Indicação de “altas” quantidades	76
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	81
REFERÊNCIAS	84
APÊNDICES	90

1 INTRODUÇÃO

Em minha trajetória por escolas, na condição de aluna, durante o curso de Pedagogia, depois como professora e nos últimos oito anos como assessora psicopedagógica de um programa de atendimento educacional especializado na rede pública de ensino, sempre esteve presente a observação da relação que as pessoas estabelecem com situações relacionadas à matemática. É comum encontrar pessoas com desinteresse, aversão ou alguma dificuldade quando o assunto em pauta é matemática.

Essa constatação tornou-se mais visível ao aceitar, em 2002, o convite para coordenar o trabalho na assessoria psicopedagógica de uma rede municipal de ensino, na qual daria suporte aos professores que atuavam com alunos do programa de atendimento educacional especializado, especificamente no apoio à prática de intervenção. O planejamento elaborado para atender as necessidades dos professores que faziam parte da equipe de intervenção tinha como objetivo favorecer a superação das dificuldades apresentadas pelos alunos e um fato ficou em evidência: o número expressivo de alunos considerados com defasagens na aprendizagem, especialmente nos conteúdos de matemática. A angústia e a inquietação provocadas por estes fatos impulsionaram-me a buscar respostas que pudessem explicar o quadro que se apresentava.

Após análise e discussão da situação em diversas reuniões com professores que compunham nossa equipe, algumas indagações foram se delineando e envolvendo o grupo: os professores das escolas de nossa rede de ensino sabem como seus alunos constroem os conhecimentos matemáticos? Quais as causas das dificuldades que os alunos de nossa rede de ensino apresentam nas situações escolares em que o conhecimento matemático está presente?

Para responder a essas questões, subsídios encontrados em documentos legais e bibliografia especializada não foram suficientes. Com a entrada no curso de Mestrado em Educação da Universidade Estadual de Maringá, em particular, em um grupo de estudos que contempla a área da Psicopedagogia – GEPAC/UEM/CNPq, o delineamento do objeto de estudo de nossa pesquisa foi permitindo responder a algumas das indagações sobre as dificuldades em matemática enfrentadas por alunos do ensino fundamental. Iniciou-se, então, a partir de uma ampla variedade de possibilidades teóricas e metodológicas, a busca de caminhos favoráveis à investigação das dificuldades dos alunos em matemática.

A busca inicial de pesquisas em bancos de dados permitiu-me constatar o vasto universo de conhecimentos a que se pode ter acesso por meio desta atividade e a consequente

ampliação de meu olhar sobre as indagações teóricas e práticas iniciais. Esta busca também me permitiu compreender que novas pesquisas somente podem ser realizadas tendo como ponto de partida os estudos que já realizados. Com isso, compreendi que a atividade de pesquisa tem um vínculo permanente com o passado, com o presente e com o futuro. Trata-se de um investimento permanente e recíproco entre diferentes estudos e áreas de conhecimento.

As pesquisas estão sempre ligadas a outras seja por aproximação ou por distanciamento, para corroborar e dar continuidade aos achados ou para refutá-los, porém, sempre defendendo uma concepção. A literatura especializada mostrou que nosso objeto de pesquisa, o sistema de numeração decimal, poderia ser estudado sob diversas bases teóricas, a partir da estrutura numérica, da estrutura lógica, dos campos conceituais. Diante de tais possibilidades, optamos por investigar a notação numérica, uma vez que existem menos estudos sobre o tema conforme levantamento bibliográfico em bancos de produção científica brasileira dos últimos dez anos¹.

Por meio de um estudo piloto, no qual foi investigada a notação numérica em crianças com idade entre cinco e seis anos, demos alguns passos decisivos para o direcionamento de nossa pesquisa. No referido estudo, corroboramos os resultados de Sinclair (1990) com relação ao percurso que a criança realiza ao construir o registro de quantidades e também constatamos etapas que podem ser observadas no trajeto inicial do processo de construção do registro numérico, algumas novas inquietações foram delineando o foco de nossa pesquisa, como, por exemplo, o que acontece depois que a criança consegue relacionar números a pequenas quantidades, como a criança realiza o registro de quantidades maiores? E a partir dessa idade, como seria a notação numérica? E na 3.^a série², etapa em que documentos oficiais, inclusive a matriz curricular da rede municipal de ensino de Londrina, exigem que a criança tenha domínio do Sistema de Numeração Decimal, como seria a notação numérica? Não encontramos estudos que nos dessem respostas a estes questionamentos.

Em um primeiro momento, pensamos em realizar um estudo que relacionasse a notação numérica e o desempenho em matemática na Prova Brasil por alunos de duas escolas da rede municipal com o melhor e o pior resultado neste exame. As contribuições dos professores convidados para o Exame de Qualificação nos mostraram a impropriedade dessa

¹ Levantamento realizado, em abril de 2010, no banco de teses da CAPES e Scielo com uso das palavras-chave: notação numérica; sistema de numeração decimal; escrita numérica; valor posicional; produção escrita em matemática; registro numérico. Também buscamos na relação de dissertações e teses em Educação Matemática, contidas na Revista Zetetiké e na Revista Bolema (números de 1985 à 2010).

² A Lei 10.172/2001, preconiza a implantação do ensino fundamental de 9 anos, de forma gradativa. Referimo-nos a 3.^a série, pelo fato de que, na época em que foi realizada a pesquisa era essa a denominação que vigorava nas escolas municipais que fizeram parte do estudo.

pretensão com os dados de que dispúnhamos. Ao redefinir os objetivos do trabalho optamos por investigar a relação entre conhecimento sobre escrita do número e registro numérico apresentado por alunos de uma série específica da primeira fase do ensino fundamental: 3.^a série.

De outro lado, estudos anteriores (TEIXEIRA, 2006; KAMII; DECLARK, 2000; DORNELES, 1998; NUNES; BRYANT, 1997), mostram que as dificuldades em matemática desde as primeiras até as últimas séries do ensino fundamental são produto da falta de alguns conceitos importantes como o sistema de numeração, por parte de quem aprende. Alguns autores (AGRANIONIH, 2008; BRIZUELA, 2006; DORNELES, 1998; NUNES; BRYANT, 1997; LERNER; SADOVSKY, 1996; ZUNINO, 1995) relacionam as dificuldades de compreensão do sistema de numeração decimal com a apropriação da notação numérica. Em outras palavras, de acordo com esses estudos, a escrita de números apresentada pelos alunos, e que em muitos casos é considerada errada pelos professores, por ser diferente da escrita convencional, constitui-se um registro de sua hipótese de escrita. Ou, ainda, a compreensão acerca de como se faz o registro numérico, pode ser resultado da fase de construção em que este conhecimento se encontra no sistema cognitivo do indivíduo.

Nesse sentido, o domínio do sistema de numeração implica uma construção que vai sendo realizada pela criança, seguindo níveis crescentes de complexidade. Faz parte desta complexidade a re-elaboração contínua da notação numérica ao longo da escolarização. Diferentes estudos (AGRANIONIH, 2008; BRIZUELA, 2006; MORO, 2005; DORNELES, 1998; NUNES; BRYANT, 1997; LERNER; SADOVSKY, 1996; ZUNINO, 1995; SINCLAIR, 1990) corroboram essa afirmação evidenciando que a compreensão da notação numérica é paulatinamente construída durante o percurso escolar e contribui para que o sujeito domine gradualmente o sistema de numeração decimal.

Entre a produção científica brasileira sobre o tema encontramos o estudo de Teixeira et. al. (2000) que investigou a resposta de escolares, alunos de 3.^a e 4.^a séries do ensino fundamental, em situações de leitura, escrita, interpretação do valor posicional na numeração escrita e em operações de adição e subtração com o intuito de verificar a relação entre os sistemas de representação simbólica e o conceito de números. Os pesquisadores constataram que na aprendizagem da numeração escrita e do valor posicional estão envolvidos o conhecimento de sistemas matemáticos de representação que utilizamos como ferramentas de pensamento. Os autores salientam que “é preciso analisar como as representações construídas pelas crianças estão informando a conceituação do número” (TEIXEIRA et. al., 2000, p. 153).

A não apropriação do sistema de numeração pode ter consequências em aprendizagens futuras, inclusive no bom desempenho em aritmética. Segundo Orrantia (2006), as dificuldades de aprendizagem em matemática podem ocorrer em várias áreas de conhecimento como a geometria, a probabilidade, a medida, a álgebra. No entanto, é na aritmética que os alunos encontram maior dificuldade, pois é o conteúdo inicial do processo de escolarização e se constitui na sustentação de várias aprendizagens matemáticas posteriores. Paralelamente aos conteúdos vinculados à aritmética, operações básicas, a escola contempla o ensino do conceito de número e do sistema de numeração.

O entendimento de que sistema de numeração e operações aritméticas tem sua aprendizagem facilitada quando apresentados integradamente e dentro de um contexto vivencial vem sendo a conclusão de vários estudos (TERIGI; WOLMAN, 2007; D`AMBRÓSIO, 2005; CARRAHER, 1988). Esta é uma compreensão que se ainda não faz parte da prática cotidiana da escola brasileira em seu conjunto já vem se incorporando vagarosamente ao ideário de seus professores (GARNICA, 2010). Além disso, a relação entre sistema de numeração e registro numérico, embora venha sendo objeto de atenção de pesquisas da última década, ainda se mantém distante tanto do conhecimento teórico como prático do professor. E, principalmente, o que nem todo professor tem conhecimento é que tal como a escrita alfabética, o registro numérico é construído gradativamente pelos indivíduos. A escrita numérica, na medida em que se constitui uma linguagem, envolve signos (significantes e significados) arbitrários dos quais o indivíduo precisa dispor, assim como da escrita alfabética para atender as demandas sociais vigentes. Os dois tipos de escrita são produto de convenções sociais que até chegar à forma utilizada na atualidade passaram por várias modificações.

Há quase três décadas sabemos que a aquisição da escrita alfabética depende, em grande parte, do contato com materiais gráficos, aos quais os indivíduos ultrapassam várias fases levantando hipóteses de como se organiza o sistema de notação alfabética, até chegar à escrita padrão, como mostraram os estudos de Ferreiro e Teberosky (1986). Em um estudo com objetivo similar, embora relacionado à escrita numérica, Sinclair (1990), quase no mesmo período, verificou a ocorrência de comportamentos similares do indivíduo em contato com quantidades. Segundo a autora, há equivalência entre o processo de apropriação da notação alfabética e da numérica que se organiza por meio de hipóteses cada vez mais complexas que graças ao contato com materiais escritos permite o domínio dos registros convencionais.

Pesquisas envolvendo o conhecimento da notação numérica vêm sendo realizadas na busca de uma melhor compreensão de como se processa a construção da representação escrita dos números (AGRANIONIH, 2008; BRIZUELA, 2006; MORO, 2004; DORNELES, 1998; NUNES; BRYANT, 1997; LERNER; SADOVSKY, 1996; ZUNINO, 1995; SINCLAIR, 1990).

Sinclair (1990) define a notação como sendo a ação de representar por meio de sinais convencionais. Em estudo realizado com crianças, em idade entre 4 e 6 anos, constatou que na construção da escrita do número podemos observar seis grandes etapas que foram denominadas de categorias, e também, que a compreensão do sistema de numeração está relacionada à notação numérica. Diversos autores têm corroborado com os resultados desta pesquisa.

Seguindo a mesma linha de investigação, Lerner e Sadovsky (1996) apresentam as causas das dificuldades apresentadas pelas crianças em acessar o sistema de numeração. Entrevistaram crianças para descobrir qual aspecto do sistema de numeração consideram relevantes, ou de seu interesse, qual ideia elaboram acerca dos números, qual problema formulam, qual solução constroem, qual conflito pode ser gerado por suas próprias conceituações ou entre estas, e que características do objeto de conhecimento estão aprendendo. Os dados recolhidos permitiram às autoras delinear o percurso das crianças no percurso da construção do sistema de numeração.

Nunes e Bryant (1997, p. 80) chegam a conclusões que complementam os resultados das investigações de Lerner e Sadovski (1996) ao afirmarem que “é provável que a compreensão da composição aditiva de número funcione como uma base para aprender como escrever números”, assim como é fundamental se apropriar deste conceito para ler e escrever números.

Dorneles (1998), com o objetivo de estabelecer as semelhanças dos esquemas cognitivos utilizados na fase inicial de construção do sistema numérico elementar e do alfabético, estudou sujeitos em situações envolvendo os dois sistemas simbólicos. Concluiu que inicialmente há esquemas de representação comuns na construção dos dois sistemas de representação e, posteriormente, esses esquemas vão se tornando específicos e seguem as leis particulares de cada sistema.

Moro (2004), em anuência com os estudos de Lerner e Sadovski (1996), em pesquisa sobre as notações, descreve a natureza e os progressos das notações infantis que foram produzidas durante a solução de uma sequência de tarefas tendo como foco a observação da elaboração da composição aditiva de quantidades numéricas. A pesquisa foi realizada com

alunos de 1.^a e de 2.^a séries de escolas públicas. Para o registro de quantidades os alunos utilizaram desenhos, escritas alfabéticas e algarismos. As notações elaboradas por eles revelam a representação das construções aditivas e multiplicativas.

Os estudos realizados por Brizuela (2006) proporcionam um aprofundamento nos estudos referentes às notações, pois descrevem pesquisas realizadas com diversas crianças em diferentes idades e séries. Seguindo uma ordem crescente de complexidade do conteúdo matemático tratado nas notações, a investigação inicia pela identificação dos recursos gráficos por meio dos quais as crianças escrevem os números para compreender o funcionamento do sistema numérico escrito, passando pela verificação da forma como registram números com dois algarismos até as diferentes maneiras de pensar de que se utilizam para resolver um problema deste tipo.

Em sua pesquisa, Agranionih (2008) investiga a concepção de crianças de 2.^a série acerca da escrita numérica e do valor posicional, corroborando as ideias apresentadas por pesquisadores em estudos anteriores (BRIZUELA, 2006; DORNELES, 1998; NUNES; BRYANT, 1997; LERNER; SADOVSKY, 1996; SINCLAIR, 1990) quanto ao processo de construção das notações numéricas.

Estudos como os de Brizuela (2006), Moro (2004) e Nunes e Bryant (1997) têm como conclusão comum que a notação numérica constitui uma representação que vai sendo construída pela criança e, como representação, envolve o domínio de significantes (a linguagem) e um significado (o conceito de número). Os autores destacam a forte implicação entre a expressão do indivíduo por meio da linguagem matemática e seu domínio do sistema de numeração.

Na instituição escolar, esse processo de construção do registro numérico tem início nas primeiras séries deste nível de ensino e continua, segundo Brizuela (2006), até a idade em que as crianças cursam as séries mais avançadas do Ensino Fundamental. Documentos legais como os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs (BRASIL, 1997) e Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (PARANÁ, 2008), embora não tragam explicitamente, deixam subentendido que ao final do segundo ciclo (incluindo-se a 3.^a série) sejam trabalhados com os alunos, em geral na faixa etária entre 8 e 9 anos de idade, conteúdos que podem contribuir para o domínio do sistema de numeração decimal até a ordem da centena de milhar. Este é o caso também das Propostas Curriculares das escolas investigadas em nossa pesquisa.

Considerando-se a importância e a vinculação entre a aprendizagem da notação numérica e do sistema de numeração, conforme mostram os estudos mencionados, esta

pesquisa pretende investigar a compreensão que alunos de 3.^a série apresentam sobre estes dois temas. Buscamos investigar qual a relação entre conhecimento sobre escrita do número e registro numérico apresentado por alunos de uma série específica da primeira fase do ensino fundamental: 3.^a série, pois tal conhecimento é imprescindível para o bom desempenho em conteúdos de áreas da matemática, assim como de outras áreas. Além disso, conforme afirmamos, esta é a série em que o domínio do Sistema de Numeração Decimal é uma das exigências da proposta curricular.

Uma vez que o conteúdo é exigido pela escola, como estaria esse conhecimento sendo construído pelo aluno da 3.^a série? A hipótese norteadora de nossa pesquisa é a de que o Sistema de Numeração Decimal (SND), especificamente os números compostos por milhares, em conformidade com os autores referenciados na fundamentação teórica, ainda estariam em fase de construção pelos alunos desta série.

Para sua execução, foram investigados alunos pertencentes às escolas com o mais baixo e o mais alto desempenho na Prova Brasil aplicada em 2007³, na cidade de Londrina/PR. Utilizamos como referencial teórico as pesquisas que se baseiam na Psicologia e Epistemologia Genética de Jean Piaget. Para Piaget, a epistemologia genética pode ser definida como “o estudo dos mecanismos do aumento do conhecimento” (PIAGET, 1974, p. 20) e permite acompanhar o processo de construção de conhecimento por parte dos indivíduos independentemente da faixa etária.

Sabemos que existem outras variáveis que fogem do âmbito da relação professor-aluno e ensino-aprendizagem e que interferem na qualidade tanto do ensino quanto da aprendizagem escolar (GOMES, 2010; GARNICA, 2010; FIORENTINI, 2010), porém, neste trabalho, buscamos salientar a influência da construção da notação numérica para a apropriação do SND, investigando como os alunos de 3.^a série precedem ao realizar a escrita numérica. As pesquisas de Lerner e Sadovski (1996) e Nunes e Bryant (1997) foram fundamentais para a investigação, uma vez que o direcionamento da entrevista (Apêndice III) foi conduzido tendo as referidas investigações como suporte para nossa adaptação.

Organizamos a apresentação deste relatório em quatro seções. Na primeira seção, expomos o resultado do desempenho em matemática apresentado em algumas avaliações (PISA, INAF, SAEB), bem como o levantamento bibliográfico sobre o que dizem pesquisadores construtivistas a respeito da matemática nas séries iniciais e, em especial, sobre

³ No mês estipulado para a coleta de dados, ainda não haviam sido divulgados os resultados da Prova Brasil 2009, fato que justifica a utilização de dados da prova anterior.

a notação numérica. Na segunda seção, descrevemos a metodologia utilizada e apresentamos os dados coletados na pesquisa. À medida que os dados foram sendo coletados, fomos confirmando ou não os resultados de outras pesquisas sobre o processo de construção do sistema de numeração decimal. Além disso, analisamos dados da construção da escrita numérica pelos sujeitos da pesquisa, conforme os seguintes critérios: a) relação entre quantidade de algarismos e magnitude do número; b) posição ocupada por um algarismo como forma de comparação para definir a grandeza do número; c) escrita de números; d) comparação de quantidades na forma oral; e) indicação de números considerados como representantes de grandes quantidades. Esses dados nos possibilitaram ter uma visão de como pensa a criança que cursa a 3.^a série a respeito do sistema de numeração decimal e como é a notação numérica feita por ela.

Na última seção apresentamos o conjunto de considerações finais que nos remeteram à necessidade de domínio desse conhecimento por parte dos docentes, uma vez que, de acordo com seus resultados, na 3.^a série os alunos ainda estão em fase de construção do SND, facilitando a hipótese de que este fato justifique algumas formas de registro numérico, consideradas como erro pelos professores.

2. NOTAÇÃO NUMÉRICA E SISTEMA DE NUMERAÇÃO

O ensino e a aprendizagem da matemática continuam sendo um campo de pesquisa cada vez mais importante. Apesar do crescente número de estudos envolvendo tanto o ensino como a aprendizagem e, apesar de inúmeras propostas para melhorar a atuação de professores e alunos, os índices que medem o desempenho dos alunos em áreas que envolvem conteúdos relacionados à matemática (PISA, INAF, SAEB) ainda preocupam e revelam a necessidade de ações mais contundentes por parte do sistema educacional. Sabemos que não há uma causa única a qual pode ser atribuída aos baixos índices apresentados, por esta razão, em nossa pesquisa, fizemos um recorte teórico, metodológico e conceitual. Buscamos enfocar uma das hipóteses conceituais explicativas dessa situação: o Sistema de Numeração Decimal, um conhecimento básico da matemática ensinada na primeira etapa do ensino fundamental.

Estudos mostram indicadores que medem, por meio de algum tipo de avaliação, os desempenhos de alunos em conteúdos acadêmicos, assim como avaliam conceitos extraescolares que abrangem o desempenho na área de matemática. No final da década de 90 foi lançado pela OECD (Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico) um dispositivo de avaliação internacional que compara o desempenho de jovens por meio de um teste de leitura, escrita e matemática. Tem como objetivo analisar a qualidade do ensino, verificar o índice de desempenho escolar, em nível mundial: PISA (sigla em inglês para Programa Internacional de Avaliação de Alunos – Programme for International Student Assessment) (CARVALHO, 2009).

Carvalho (2009) destaca o objetivo do PISA mostrando a importância da aprendizagem dos conteúdos do currículo escolar e sua aplicabilidade em situações da vida cotidiana. Nas palavras do autor:

O PISA propõe-se a apurar em que medida os jovens escolarizados de 15 anos as utilizam para apreenderem e interpretarem diferentes tipos de materiais escritos, com os quais confrontados no seu dia-a-dia (literacia da leitura); as empregam na resolução de desafios e problemas matemáticos (literacia matemática) ou na compreensão e solução de situações e desafios científicos (literacia científica). Com o recurso a provas centradas em competência de literacia e não no currículo escolar, o PISA afasta-se da tradição dos estudos internacionais vinculados a exames e/ou matérias dos programas de ensino, estabelecendo a sua área de monopólio de conhecimento em torno de um objeto singular (CARVALHO, 2009, p.1014).

O PISA é uma avaliação internacional aplicada a cada três anos pela OECD a alunos com idade por volta de 15 anos. Atualmente, este programa é um dos mais exaustivos e

rigorosos para avaliar o rendimento acadêmico e coletar informações acerca dos fatores estudantis, familiares e institucionais que podem ajudar a explicar as diferenças de rendimento (ORGANIZACIÓN, 2006). Dessa avaliação participam 30 países que fazem parte da OECD e 27 países voluntários. A cada edição uma área é enfatizada, sendo que no ano de 2000 a ênfase foi na leitura; em 2003, na matemática; em 2006 o foco foi em ciências.

No Brasil, participaram da avaliação de 2006 alunos da 7.^a e 8.^a série do ensino fundamental ou alunos cursando o ensino médio de escolas públicas ou particulares, de 390 municípios. Apesar de o país ter tido um desempenho em matemática melhor em 2006, se comparado com a última avaliação, que foi em leitura, realizado em 2003, na somatória geral teve como resultado uma média de 390 pontos, ou seja, 110 pontos abaixo da média esperada – que é de 500 pontos. Na escala geral, conseguiu uma pontuação melhor que a obtida apenas por dois países, entre 57 participantes (BARRETO, 2009a).

Enfatizando, desempenho brasileiro foi melhor do que apenas o de dois países, dos 57 participantes - Qatar e Kyrgystan (ORGANIZACIÓN, 2006). Os dados apresentados por meio do desempenho dos alunos e, conseqüentemente a posição do Brasil no elenco internacional, indicam que as respostas dadas pelos alunos nesta avaliação podem ter sido reflexo do resultado do ensino e da aprendizagem na educação básica.

Outro parâmetro de avaliação de desempenho, que também verifica conhecimentos matemáticos, é o Indicador de Alfabetismo Funcional (INAF). Este índice divulga a capacidade de leitura, escrita e cálculo da população brasileira adulta, com idade entre 15 e 64 anos. As capacidades em matemática, denominada numeramento, foram avaliadas em 2002 e 2004. A partir de 2007, diferentemente do que vinha acontecendo, a pesquisa passou a ser bienal, medindo simultaneamente letramento e numeramento. O principal objetivo do INAF é o de oferecer informações sobre as habilidades e práticas em leitura, escrita e matemática de modo a fomentar políticas públicas para a melhoria da educação escolar.

Os resultados dos testes aplicados em 2004⁴, que foram específicos para verificação de aplicação de conhecimentos matemáticos, revelam que 2% da população brasileira, com idade entre 15 e 64 anos, se encontram em situação considerada “analfabetismo matemático” (INDICADOR, 2009). Nesta mesma avaliação foi constatado que apenas 23% da população que participou da pesquisa dominam as habilidades matemáticas requisitadas em tarefas cotidianas.

⁴ Utilizamos os dados apresentados pelo INAF de 2004, pelo fato de no site não terem eles sido divulgados de forma específica, como foi realizado em 2004, o desempenho em matemática na pesquisa realizada em 2009, há apenas os dados gerais.

[...] apenas 23% da população jovem e adulta brasileira é capaz de adotar e controlar uma estratégia na resolução de um problema que envolva a execução de uma série de operações. Só essa parcela é também capaz de resolver problemas que envolvam cálculo proporcional. É ainda mais preocupante a revelação de que apenas nesse grupo encontram-se os sujeitos que demonstram certa familiaridade com representações gráficas como mapas, tabelas e gráficos (FONSECA, 2004, p. 8).

Além do Exame PISA e do INAF, destacamos o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), uma avaliação que também mede o desempenho em áreas específicas e faz parte de um conjunto de informações, sendo elemento importante em um índice nacional - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). Entre os estudantes da educação básica é utilizada como referência do desempenho escolar

Na década de 80 (século XX), o Ministério da Educação (MEC), atendendo inicialmente a demandas do Banco Mundial, em razão da constatação da necessidade de melhorias no âmbito educacional nacional, desenvolveu uma série de estudos sobre a Avaliação Educacional Institucional. Iniciou-se então um processo de Avaliação em Larga Escala que deu origem ao SAEB. Segundo informações do próprio MEC, esta avaliação foi implementada com o objetivo de possibilitar uma percepção mais ampla da realidade e contribuir para diagnosticar a situação da educação brasileira, visando sua melhoria quantitativa e qualitativa.

Pelo fato de não existir um currículo nacional único, os estados e municípios enviaram ao MEC seus currículos e em pareceria com o INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), com base nos currículos enviados, foi elaborada a avaliação “O programa de avaliação visava não apenas fornecer as informações necessárias sobre o desempenho dos alunos para a definição de políticas educacionais, mas também fomentar uma cultura da avaliação” (BONAMINO; BESSA, 2004, p. 67).

O SAEB foi implantado em 1990, para avaliar, em língua portuguesa e matemática, os alunos que estavam no 4.º e 8.º anos do ensino fundamental e no 3.º ano do ensino médio, a partir de uma amostra representativa de sujeitos. Seu objetivo foi verificar os desempenhos dos alunos, no que se refere à apropriação de habilidades de leitura, escrita e matemática e na identificação de uma possível relação entre os altos níveis de repetência e o ensino escolar de baixa qualidade. A avaliação foi feita por amostragem e os alunos do ensino médio também foram avaliados. A abrangência estendeu-se a rede pública urbana e rural e também a escolas da rede privada de ensino.

Em 2005 foi instituída a Prova Brasil, com o objetivo de avaliar censitariamente os alunos de 4.ª e 8.ª séries do ensino fundamental, em língua portuguesa e matemática. Apenas os

alunos da rede pública de escolas localizadas na zona urbana realizam esta avaliação. Alunos de escolas urbanas, de salas de aulas com mais de vinte alunos, de todas as escolas devem fazer a prova. Por ser universal, esta avaliação, expande o alcance dos resultados oferecidos pelo SAEB. Fornece as médias de desempenho para o Brasil, regiões e unidades da Federação, para cada um dos municípios e escolas participantes (INEP, 2010).

Em parte das escolas avaliadas pela Prova Brasil, por meio de um recorte amostral, alunos são selecionados para realizarem o SAEB. Dessa forma, não há dois sistemas de avaliação paralelos, mas imbricados de forma que atendam a objetivos diferentes. Por meio desta avaliação é possível analisar aspectos vinculados ao ensino de forma geral. De acordo com as explicações desses sistemas de avaliação, os fatores que podem estar influenciando o desempenho dos alunos são analisados de forma mais detalhada e os órgãos responsáveis pela educação apresentam melhores condições de propor alternativas para mudar o quadro apresentado pelas escolas.

O SAEB tornou possível identificar os problemas de ensino e suas diferenças regionais por meio de dados e indicadores que possibilitam uma maior compreensão dos fatores que influenciam o desempenho dos alunos e proporcionou aos agentes educacionais e à sociedade uma visão concreta dos resultados dos processos de ensino e aprendizagem e das condições em que são desenvolvidas (BECKER, 2010, p. 3).

O desempenho apresentado nos indicadores, no âmbito mundial aferindo o resultado parcial da educação básica de uma faixa etária restrita (PISA); ou avaliando os conhecimentos provenientes da escola ou não em âmbito nacional (INAF) de uma larga faixa etária; ou na avaliação de uma população especificamente em escolarização (SAEB e Prova Brasil) retrata dados importantes da educação escolar em nosso país. O quadro educacional divulgado por meio das avaliações anteriormente referidas (PISA, INAF, SAEB e Prova Brasil), a atual situação apresentada pelo país em matemática é, entre outros fatores, consequência de longos anos de desencontro entre as necessidades do ensino e as condições de aprendizagem dos alunos.

Para Fiorentini (2010) a prática pedagógica desenvolvida em sala de aula é o reflexo de políticas educacionais, cuja influência tem início na formação básica dos docentes que atuam em matemática. Ao fazer um retrospecto da situação do ensino, Fiorentini afirma que os professores não podem modificar as práticas escolares, transformando-se em professores competentes para enfrentar a realidade da escola atual, caso não ocorra vinculação entre os profissionais que formam os professores e os próprios professores para que seja promovida uma aproximação entre a teoria e a prática pedagógica. Ou seja, os entraves com os quais os

professores se deparam em suas salas de aulas podem ter seu início em algum momento de sua formação, sendo provável que a maneira como os conteúdos lhes tenham sido apresentados influenciem sua aplicação em sala de aula. Ou ainda, a totalidade de conhecimentos que lhes foram apresentados durante a formação acadêmica talvez tenha sido insuficiente.

Somando-se à formação dos professores, ou como consequência de sua prática pedagógica, ao analisar o ensino de matemática, Nilson José Machado (1989), desde a década de 80 (século XX), destacava a implicação negativa da percepção dos professores de que ensinar matemática é uma tarefa difícil. Buscando explicar as prováveis causas desta situação, o autor lembra a resistência dos alunos diante desta disciplina. Sobre isto comenta: “Às dificuldades intrínsecas, somam-se as decorrentes de uma visão distorcida da matéria, estabelecida, muitas vezes, desde os primeiros contatos” (p. 9). Trabalhos recentes mostram que esta situação permanece concorrendo para a inadequação do ensino às condições de aprendizagem dos alunos tendo por origem tanto a percepção negativa dos professores quanto dos próprios alunos sobre a matemática (CALSA, 2002, p. 218).

Em meados da década de 1990, o ensino desta disciplina tornou-se um dos focos das reformas educacionais que se reverteram nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Os PCNs admitem que o ensino da matemática provocam duas sensações contraditórias: da parte de quem ensina, a comprovada importância desta área de conhecimento para a formação dos estudantes; do lado de quem aprende, a insatisfação diante de seu baixo rendimento em aprendizagem. A afirmação dos PCNs tem como base princípios decorrentes de estudos, pesquisas, práticas e debates desenvolvidos nos anos anteriores a sua elaboração (BRASIL, 1997, p.15).

Este quadro tem promovido pesquisas para compreender o processo de aprendizagem e contribuir teórico e metodologicamente para a melhoria da qualidade do ensino de matemática na escola. Neste campo de conhecimento, embora as investigações não sejam em quantidade tão volumosa quanto as de outras áreas como a dos processos de leitura e escrita, muitos pesquisadores têm buscado alternativas para ensinar e aprender conceitos matemáticos (BASTOS, 2006).

Nunes e Bryant (1997) enfatizam a importância do conhecimento dessa área, ao afirmarem que a matemática, além de ser uma matéria escolar, é parte essencial na vida das crianças, que sem este domínio podem se sentirem desconfortáveis não apenas na escola, mas em boa parte de suas atividades cotidianas. Assim, como fazem parte das ações cotidianas dos indivíduos, o conhecimento matemático é necessário para a tomada de atitudes e o

planejamento de atividades. Dessa forma, o conhecimento dos conteúdos matemáticos, responsabilidade da escola, tem sua demonstração e aplicabilidade dentro e fora dos limites desta instituição.

A simples análise da rotina diária revela uma série de ações e de diversos conceitos ligados a múltiplas áreas do conhecimento (história, geografia, biologia, entre outras) de forma espontânea e com relativa frequência. Com os conceitos matemáticos isso também ocorre nas mais diversas situações e de forma tão natural que nem sempre percebemos que nossas ações estão permeadas por uso de conhecimentos que fazem parte do campo da matemática.

Além do uso que fazemos espontaneamente de conceitos da área, vários estudos alertam para outro aspecto que merece ser ressaltado. A forma como a sociedade é hoje estruturada, altamente desenvolvida do ponto de vista tecnológico, exige com insistência níveis cada vez mais altos de competências na área de matemática (STEEN, 2002; ORRANTIA, 2006).

Além da aplicabilidade e do uso diário da matemática, esse conhecimento tem sua importância para o próprio valor formativo do sujeito. Assim, Santaló (1996) ratifica este aspecto e enaltece a participação dos professores na vida acadêmica dos alunos por meio da seleção de conteúdos a serem trabalhados ao lembrar que:

A matemática tem um valor formativo, que ajuda a estruturar todo o pensamento e a agilizar o raciocínio dedutivo, porém que também é uma ferramenta que serve para a atuação diária e para muitas tarefas específicas de quase todas as atividades laborais (p.15).

Orantia (2006), Calsa (2002), Steen (2002) e Machado (1989) realçam a importância da apropriação dos conhecimentos matemáticos e seu uso em situações do cotidiano, seja para atender necessidades particulares ou sociais. Essas situações implicam aplicação dos conhecimentos já consolidados e sua reorganização, evidenciando a relevância do ensino da matemática na escola.

Nesse sentido, na concepção da escola, a aprendizagem do número continua sendo o momento inicial da linguagem matemática por meio da qual os alunos ingressam no pensamento matemático. Apesar disso, estudos mostram que recitar ou registrar uma série numérica, contar os componentes de um conjunto ou identificar um número não significa que o aluno tenha compreendido o significado de número. Também não é garantia de que tenha se apreendido o sistema de numeração e poderá fazer uso deste para resolver problemas, ou

mesmo utilizá-lo adequadamente empregando-o na aritmética (TEIXEIRA, 2000; KAMII; DECLARK, 2000; DORNELES, 1998; NUNES; BRYANT, 1997; PIAGET, 1975b).

Segundo Brandt, Camargo e Rosso (2004, p. 91), diferentemente disso, o conceito de número como representação de quantidades é um conhecimento que vai sendo construído por um longo período de tempo e de forma gradativa. Os autores afirmam que no espaço escolar os alunos fazem uso do SND sem, necessariamente, entenderem como se estrutura este conhecimento. Esta situação traz dificuldades não somente em atividades que envolvem a resolução de algoritmos, por necessitar da utilização da operação com quantidades numéricas, mas também na aprendizagem de outros conteúdos como os sistemas de medida.

Nem sempre, nas escolas, são consideradas as experiências diárias (CARRAHER, 1988), ou as já construídas pelos alunos para facilitar sua aprendizagem. A autora lembra que os planejamentos didáticos tendem a seguir um modelo pré-estabelecido sem considerar características específicas dos alunos para os quais irão ensinar os conteúdos matemáticos. Essa situação é confirmada por pesquisas mais recentes (GOMES, 2010; OROZCO, NOGUEIRA E BARBOSA, 2008; GUERRERO e OTALÓRA, 2007; FREITAS, 2006; GUIMARÃES, 2005; BRANDT, CAMARGO e ROSSO, 2004; CALSA, 2002). As conclusões desses estudos revelam que se deve a isso a diferença de desempenho em matemática de crianças que em situações não formais apresentam sucesso na resolução de problemas e desempenho sofrível em situações escolares que exigem registro e resolução formal dos problemas.

2.1 O número como representação de um conceito formado a partir de esquemas

Para o entendimento do processo de construção do conhecimento matemático nas primeiras séries escolares optamos pelos estudos de tendência construtivista, em especial os baseados em Jean Piaget, seus colaboradores, e pesquisadores que se valeram deste referencial teórico-metodológico.

Neste conjunto, encontramos Gerard Vergnaud (1996) que se utiliza da teoria dos campos conceituais matemáticos para explicar o processo de construção de conceitos. Para o autor, um conceito adquire sentido por meio de situações e problemas a resolver e é pela aplicação de determinado conceito em situações nas quais se faz necessário, que podemos perceber se o indivíduo já o domina. Sua experimentação em situações diversas torna possível a operacionalidade de um conceito. Por essa razão, o docente ou o investigador deve analisar

a conduta e os esquemas utilizados pelos indivíduos para compreender em que, do ponto de vista cognitivo, consiste para ele determinado conceito.

À organização da conduta de forma invariante para uma dada classe de situação, Vergnaud (1996) denominou de esquema. “É nos esquemas que se tem de procurar os conhecimentos-em-acto do sujeito, ou seja, os elementos cognitivos que permitem à acção do sujeito ser operatória” (VERGNAUD, 1996, p. 157). As competências em matemática são sustentadas por esquemas organizadores de condutas, que vão se aprimorando e se automatizando na medida em que vão sendo colocados em prática. Novos esquemas vão sendo construídos tendo os esquemas anteriores como suporte. A contagem de elementos e os algoritmos são exemplos de esquemas que as crianças utilizam e sobre os quais nem sempre são capazes de explicitar as regras que regem a execução destas ações.

Em situações distintas o mesmo esquema pode ser utilizado e, à medida que isto ocorre, há o reconhecimento de invariantes, chave para a generalização do esquema, por parte do sujeito. São os esquemas que permitem ao sujeito enfrentar situações-problema e fazer a relação entre esta situação, um significante e um significado. Para explicar essas relações valemo-nos do exemplo citado por Vergnaud (1996): o conjunto de esquemas postos em prática para operar com símbolos (numéricos, algébricos, gráficos e de linguagem) envolvidos na adição.

Vergnaud (1990) define o número como um conceito matemático e, portanto, constituído de três aspectos: 1) o conjunto de situações que dão sentido ao conceito (referência); 2) o conjunto de invariantes operatórios que constituem a operacionalidade do esquema (significado); 3) o conjunto de formas linguísticas ou simbólicas que permitem representações (significante). A uma situação dada, três balões, corresponde a quantidade três (significado), que corresponde, por sua vez, ao significante 3 ou *três* ou qualquer outra forma de notação. A notação (ou registro) é, portanto, parte do conceito de número.

Piaget (1975a, p. 87), ao explicar o que é representação, distingue dois sentidos: uma acepção ampla que se apóia não apenas nas percepções e movimentos, mas em um sistema de conceitos ou esquemas mentais e na acepção mais estrita, que se reduz a evocação simbólica das realidades ausentes. Ambos os sentidos apresentam relações mútuas:

[...] o conceito é um esquema abstrato e a imagem um símbolo concreto, mas, embora não se reduza o pensamento a um sistema de imagens, poder-se-á admitir que todo o pensamento se faz acompanhar de imagens, portanto, se pensar consiste em interligar significações, a imagem será um ‘significante’ e o conceito um ‘significado’ (PIAGET, 1975a, p. 87).

A apropriação de conceitos matemáticos também é paralela ao desenvolvimento de estruturas de pensamento. Segundo Piaget (1975a), o indivíduo não tem consciência destas estruturas subjacentes aos conhecimentos, porém utiliza-as, inclusive para novas aprendizagens emprestando-lhes o caráter lógico de suas condutas. Nesse sentido, a construção do conceito de número é considerada paralela ao desenvolvimento de estruturas como a classificação e a seriação de elementos. Voltando a Vergnaud (1990), podemos afirmar que as estruturas de pensamento fornecem significado ao número: a compreensão ordinal e cardinal do número.

Nunes e Bryant (1997) lembram que o processo de numeralização tem como base a construção de conceitos que são anteriores ao registro correto de números. Em estudos sobre o número, Piaget (1975a) destaca que a capacidade do indivíduo representar ou simbolizar, componente do processo de construção do número, se inicia no período sensório-motor e vai se desenvolvendo em consequência da interação do indivíduo com o meio social e físico. Orrantia (2006), referindo-se a Piaget, assinala que diferentes conceitos lógicos e matemáticos são construídos antes e durante a apropriação do sistema de numeração. Podemos citar a habilidade de classificar e ordenar elementos e grupos de objetos. Para o autor, como parte do ambiente cultural e social do indivíduo, a escola deve facilitar a aproximação entre o estudante e os conhecimentos que espera que ele se aproprie.

Ao encontro das conclusões de Vergnaud (1996), Flavell (1996, p. 168) enfatiza a importância de o conhecimento aprendido ser aplicável pelo indivíduo, para ele “a melhor maneira de caracterizar a cognição é defini-la como a aplicação pelo sujeito de ações reais, quer a algo presente no ambiente, quer a outras ações do sujeito”. Os conhecimentos são considerados consolidados quando ocorre sua aplicação adequada em situações nas quais se fazem necessários. No caso da matemática, o autor destaca que um indivíduo se apropriou de um conhecimento quando faz uso dele, independentemente de estar no do espaço escolar ou não. Além disso, argumenta que o conhecimento dos números não se inicia quando a escola lhe apresenta, mas é um conhecimento que começa a ser construído desde muito cedo, ainda no período sensório-motor do indivíduo quando classifica e ordena objetos.

Gestos e nomes de números, que nem sempre correspondem às quantidades a serem expressas, podem ser considerados, segundo Agranionih (2008, p.41), formas iniciais de expressar quantidades matemáticas. São usadas em diversas situações e nem sempre estão vinculadas à quantificação de objetos ou fielmente relacionadas às quantidades representadas. Essa conduta do indivíduo faz parte do desenvolvimento de suas representações sobre o mundo que, dentro do processo denominado por Piaget de função simbólica, caracteriza-se

pelo conjunto de ações que possibilitam a evocação representativa de um objeto ou de um acontecimento.

Se considerarmos a idade em que a maioria dos indivíduos inicia o ensino fundamental, por volta de cinco ou seis anos, de acordo com Batista e Barreto (2009), ainda encontram-se no período pré-operatório de pensamento (denominado desta maneira por Piaget e seus colaboradores). O fato de a escola apressar o ensino de conteúdos matemáticos e exigir que todos os alunos tenham as mesmas condições cognitivas para apreendê-los pode ser considerado uma das causas de suas dificuldades.

Apesar do surgimento de outros meios de aprendizagem, entre eles televisão e internet, a escola continua sendo uma das grandes responsáveis pela sistematização de informações e conhecimentos científicos, como lembram Caldas (2006) e Tedesco (1998). Na escola os alunos devem encontrar oportunidades de ampliar seus saberes cotidianos e construir conhecimentos científicos incluindo os do campo da matemática.

2.2 Abstração: conceito importante na construção do número

A literatura específica da área aponta conceitos importantes que estão envolvidos na construção do número pelas crianças, alguns já mencionados no item 2.1. No entanto, a construção do número e compreensão do Sistema de Numeração Decimal (SND) ocorre com o desenvolvimento de conceitos que, se construídos adequadamente, favorecerão consquentemente a construção e os conhecimentos para os quais servem de base (VERGNAUD, 1990; PIAGET, 1975a; SINCLAIR, 2006).

Segundo Pires (2010), apesar de a matemática abranger subcampos diversos como a geometria e a álgebra, a aritmética vem tendo maior evidência na instituição escolar. É considerada um conteúdo importante no qual os alunos sustentam as aprendizagens posteriores, mas é também o conhecimento em que apresentam mais dificuldades. Orrantia (2006) justifica esta afirmação comentando que se não aprendida devidamente no início da vida escolar, a aritmética, da qual fazem parte o conceito de número e as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, pode se transformar em lacunas conceituais. Segundo Machado (1989), se não forem supridas, essas lacunas acompanharão o aluno em toda sua escolaridade.

Calsa (2002), em pesquisa realizada com alunos de 4.^a série, investigando as relações entre a variação da posição da incógnita de problemas multiplicativos e o desempenho na

resolução de problemas multiplicativos e em provas piagetianas, constatou a importância de uma prática escolar que inicie o processo de ensino de conceitos já apropriados pelos alunos e, por meio de intervenção construtivista, levá-lo à aprendizagem de novos conceitos. Para os alunos, a intervenção realizada pela pesquisadora constituiu-se em uma forma de superar dificuldades advindas do ensino escolar anterior favorecendo a reorganização de seus conceitos.

Assim como Calsa (2002), Placha (2006) enfatiza que a ação pedagógica é destaque na literatura ao se referir à compreensão que o professor deve ter sobre a construção de conceitos a serem desenvolvidos pelos alunos. A autora reforça a idéia de que os conceitos devem ser construídos pelos alunos e esta construção deve ser entendida, estimulada, dirigida e acompanhada pelos professores. Placha (2006, p. 26) afirma:

A literatura tem mostrado que o conhecimento matemático não se constitui em um conjunto de fatos a serem memorizados. Destaca, também, que a ação pedagógica do professor, conforme uma concepção de construção de conceitos significativos deve partir da premissa de que o conceito não pode ser transmitido às crianças; ao contrário, necessita ser ativamente construído por elas com a intervenção do professor, num processo em que a aprendizagem passa a ser percebida e vivenciada como um processo de construção.

Levando-se em conta a teoria piagetiana do desenvolvimento cognitivo, é esperado que alunos de 3.^a série encontrem-se no estágio das operações concretas. Nesse período, segundo pesquisadores como Agranionih (2008) e Flavell (1996), a criança, em geral, já possui uma base cognitiva capaz de manter seu posicionamento frente a situações envolvendo mais de uma variável, sem entrar em contradição. Há possibilidade da reversibilidade do pensamento, operação essencial para a compreensão do SND, uma vez que, dependendo da posição ocupada por um algarismo, o número adquire um valor diferente.

Kamii e DeClarck (2000), com base na teoria piagetiana, concebem o número como uma estrutura mental é construída pelo indivíduo e não como um conceito apenas imposto pelo meio. Para ambas, a construção do número depende de uma relação recíproca entre o sujeito e o meio. O número é um conhecimento lógico-matemático que se desenvolve por meio da abstração reflexiva, ou seja, de um pensamento que não depende da realidade concreta para estabelecer relações, mesmo as que não dependem de propriedades físicas dos objetos. A abstração reflexiva desenvolve-se a partir de uma forma mais elementar de abstração, a abstração empírica. A abstração empírica, pelo contrário, ainda é fortemente dependente da percepção dos objetos para que o sujeito estabeleça relações entre eles. Ambas são importantes na formação do conceito de número.

Montenegro e Maurice-Naville (1998, p. 88) afirmam que a abstração empírica consiste em apreender propriedades dos objetos como peso, textura e cor, como também tratar das propriedades das ações, tais como força ou direção. Ressaltam ainda que esta forma de pensamento de ser observada em todas as faixas etárias, embora, para Piaget, seja considerada uma das características marcantes do desenvolvimento cognitivo humano que ele denominou por ele de pré-operatório. Com a coordenação das ações e a possibilidade de flexibilidade de pensamento será possível a construção de novos conhecimentos e representações, conforme Agranionih (2008) esclarece, ao referir-se às características de pensamento do período pré-operatório.

A futura possibilidade de coordenação das ações que exerce sobre os objetos é a fonte dos conhecimentos. Nesse período, no entanto, a percepção ainda exerce um importante papel no processo de interação das crianças com os objetos, uma vez que a criança não possui os recursos operatórios que os conceitos exigem. No período operatório-concreto, o pensamento da criança adquire a capacidade operatória, o que possibilita inúmeras transformações e possibilidades ao seu pensamento. Este fato traz progressos a capacidade representativa da criança (AGRANIONI, 2008, p. 41).

A abstração empírica é tão importante para a abstração reflexiva quanto o inverso, pois novas abstrações empíricas são construídas a partir de abstrações reflexivas anteriores já acomodadas. Por exemplo, aprender a cor de um objeto pode ser considerada uma abstração empírica, mas diante de tons diferentes da mesma cor, para definir sua intensidade, a abstração reflexiva se faz necessária. A relação mais forte e menos forte não está presente na cor, mas nas relações que o sujeito estabelece entre elas. Essa relação não existe fora do sujeito, é parte de seu pensamento. Dessa forma, o conhecimento anterior, no caso, a cor do objeto, foi importante para a abstração reflexiva. Tendo esse conhecimento consolidado, ele poderá servir de base para o aprendizado de outras cores e suas nuances (MONTENEGRO e MAURICE-NAVILLE, 1998).

Em fase inicial de aprendizagem, a abstração reflexiva favorece a construção do número, entre outros aspectos, por permitir ao indivíduo a síntese de dois tipos de relações existentes entre objetos: ordem e inclusão hierárquica. Ou seja, relações entre objetos e conjuntos de objetos. Ordenar significa estabelecer uma organização, mentalmente, para realizar a contagem de um conjunto de objetos, enquanto que a inclusão hierárquica refere-se à relação estabelecida ao quantificar o conjunto de objetos.

Kamii e DeClark (2000) chamam a atenção para a importância da abstração reflexionante para o trabalho mental que envolve quantidades. Em fase inicial de

aprendizagem, na qual a criança está exposta à contagem e à representação de poucos elementos, é menos evidente a presença da abstração reflexiva, no entanto, diante de grandes quantidades, fica mais evidente a sua importância:

A distinção entre os 2 tipos de abstração pode parecer sem importância enquanto a criança está aprendendo números pequenos, vamos dizer, até 10. Quando ela chega a 999 e 1.000, contudo, fica claro que é impossível aprender todos os números inteiros a partir de conjunto de objetos ou fotografias. Números são aprendidos não por abstração empírica de conjuntos já feitos, mas por abstração reflexiva à medida que a criança constrói relações. É possível entender números tais como 1.000.002 mesmo sem tê-lo visto antes ou contado 1.000.002 objetos, dentro ou fora de um conjunto, porque essas relações são criadas pela mente (KAMII; DECLARK, 2000, p. 32).

Para Brandt, Camargo e Rosso (2004, p. 91), na aprendizagem do SND e do Valor Posicional a abstração reflexiva contribui para a compreensão da relativização dos algarismos, favorecendo o entendimento da inversão de posições dos dígitos. Além disso, os autores chamam a atenção para os conceitos de classificação e de ordem assimétrica para a realização dessas aprendizagens.

2.3. Outros conceitos também importantes: a cardinalidade, conservação e composição aditiva

De acordo com Flavell (1996, p. 316), ao fazermos a contagem de objetos de um conjunto estamos considerando-os iguais, enquanto objetos deste conjunto ao qual pertencem. Não consideramos as prováveis diferenças que os fazem objetos únicos, apenas os colocamos numa classe de pertencimento ao conjunto. Com isso, atribuímos um valor que representa a quantidade de elementos deste conjunto, isso é, denominado cardinalidade. Para descobrir o valor atribuído a essa cardinalidade é necessária a enumeração dos elementos que pertencem ao processo de contagem.

Para que o indivíduo realize a quantificação de um conjunto deverá colocar os objetos em uma única relação, sintetizando ordem e inclusão hierárquica. A ordem é necessária para que o mesmo objeto não seja considerado duas vezes na mesma contagem, mesmo que não sejam ordenados em uma única fileira. Mentalmente, o sujeito saberá que já contou determinado objeto de um conjunto. Este processo de ordenação está presente nas operações

de relação, mas não nas operações de classe (KAMII e DECLARK, 2000; FLAVELL, 1996; KAMII, 1992).

Ao fazer a contagem de objetos em um conjunto e ao organizar mentalmente esta contagem, em primeiro lugar, o indivíduo realiza classificação para incluir os objetos que podem ser contados. Depois o foco sai dos objetos da classe a que pertencem e se volta para a inclusão desses elementos em uma hierarquia. Enquanto o ordenar requer o estabelecimento de uma organização, feita mentalmente, para realizar a contagem de um conjunto de objetos, a estrutura hierárquica requer que o sujeito compreenda que o todo é formado por partes e as partes formam o todo. Em geral, somente por volta dos 7-8 anos (estádio operatório do pensamento, segundo Piaget) o pensamento dos indivíduos se torna móvel e flexível o suficiente para operar com quantidades numéricas mais elevadas (KAMII e DECLARK, 2000; KAMII, 1992).

Alguns pesquisadores (VERGNAUD, 2009; SPINILLO, 2006; NUNES e BRYANT, 1997), tendo a teoria piagetiana como suporte, denominam numeralização como o saber aplicar conhecimentos vinculados ao uso da numeração e seus conceitos básicos.

Nunes e Bryant (1997) traduziram o termo *numerate*, em inglês, para numeralização, com o objetivo de se referir à construção de conhecimentos relacionados aos números e apontam três aspectos que são importantes para que a criança⁵ se torne numeralizada: usar lógica, dominar o sistema de numeração e saber aplicar adequadamente tanto a lógica como o sistema de numeração em atividades nos quais estes conhecimentos poderão ser úteis.

Conforme os autores, para serem numeralizadas as crianças precisam ser lógicas, entender a cardinalidade, compreender a conservação de quantidades e sua transitividade. Compreender que os números são organizados em uma ordem ascendente de magnitude envolve a compreensão de regras de relações entre os números de uma sequência. Por essa razão, é diferente dominar o conceito de número e “falar” os seus nomes em uma sequência “perfeita”. A contagem de “coisas” envolve regras baseadas na lógica, nas quais cada objeto deve ser contado apenas uma vez e o número final indica o número de objetos contados, isto é, sua cardinalidade, conforme mencionamos anteriormente (FLAVELL, 1996).

Nunes e Bryant (1997, p. 20), reafirmando as conclusões de outros estudos, destacam que as crianças devem dominar princípios lógicos para compreender o número, entre eles a conservação. “Entender conservação é saber que o número de um conjunto de objetos pode

⁵ Ao longo do texto usamos, às vezes, a expressão criança(s) e em outras, aluno(s), pois procuramos manter a denominação dos autores quando se referiam a crianças, assim o mantivemos e consideramos a criança como aluno quando nos referíamos à criança já em fase de escolarização e escolarizadas.

apenas ser mudado por adição ou subtração: todas as outras mudanças são irrelevantes”. Assim, sem ter desenvolvido este princípio lógico o indivíduo pode contar, lembrar sequências numéricas, porém poderá não compreender o significado destes números como quantidades que não se alteram apesar de sofrerem modificações em seus significantes.

Para estudar o desenvolvimento da conservação, Piaget (1975b, p. 56) empreendeu um conjunto de pesquisas empíricas nas quais observou que a elaboração desse conceito ocorre em três fases: na primeira fase há ausência de conservação, ou seja, as quantidades são avaliadas inicialmente simplesmente em função das relações perceptivas não coordenadas entre si, neste caso, as quantidades brutas ficam em destaque. Em termos práticos, referindo-se aos números, o pesquisador afirma que “a numeração falada que o meio social impõe à criança neste nível permanece inteiramente verbal e sem significação operatória”. Na segunda fase, inicia-se a constituição dos conjuntos permanentes. Esta fase é caracterizada pelas situações em que as soluções estão pautadas entre a quantidade bruta, como na fase anterior, e a quantificação propriamente dita. A terceira fase da conservação e coordenação quantificante é marcada pela conclusão da quantificação iniciada na segunda fase. A criança não tem mais que experimentar para certificar-se da conservação das quantidades totais, descobre a invariância das totalidades por meio do pensamento.

Conforme Nunes e Bryant (1997), ao ter construído a conservação, a criança passa a concluir que um conjunto de quantidades só poderá ser modificado se houver acréscimo ou retirada de parte de sua totalidade. Em relação ao primeiro aspecto, os autores assinalam a importância da transitividade, ou seja, a compreensão de que as quantidades podem ser arranjadas em uma ordem de menor a maior ou vice-versa. Nessa ordem, dados os elementos a , b e c , a relação entre a , b e c se reproduz na relação entre a e b e entre a e c e, assim sucessivamente. A transitividade é a regra lógica básica que permite entender a natureza desta ordem. Sem este domínio a criança poderá lembrar-se de uma ordem numérica, porém não será capaz de estabelecer uma relação entre números ‘vizinhos’.

Outro aspecto ligado à lógica que envolve a constituição do número é a composição aditiva. Este princípio refere-se ao entendimento de que uma quantidade ou um grupo de elementos é composto por subgrupos de quantidades que podem se reagrupar de diferentes maneiras e formar novamente o mesmo todo. Nunes e Bryant (1997, p. 23) fornecem o seguinte exemplo para explicar melhor este ponto:

Uma coisa é descobrir que somar 2 laranjas a um grupo de 5 significa que há 7 delas agora, mas outra coisa bem diferente é ser capaz de trabalhar, a partir disso, que, se tirássemos 2 laranjas das 7, sobrariam 5 laranjas. Uma criança

que não pode fazer isso pode não entender que se pode dizer que o grupo de 7 laranjas consiste em um subgrupo de 5 e um subgrupo de 2 laranjas (ou 4 e 3 ou 6 e 1). Nem esta criança entenderia que $4 + 3$ deve ser o mesmo que $3 + 4$.

Piaget (1975b), em seu estudo sobre o desenvolvimento da composição aditiva dos números observou que as crianças também constroem este conhecimento, superando fases. A falta de compreensão da composição aditiva do número interfere na construção do número. Na primeira fase, a criança não estabelece equivalência entre dois conjuntos, por exemplo: $7+1$ e $4+4$, por não compreender a igualdade dos conjuntos a serem comparados, nem a permanência da segunda totalidade através da mudança de distribuição de seus elementos. Na segunda fase, a criança começa a perceber que as desigualdades se compensam, porém há muitas dúvidas, pois a composição intuitiva impede a compreensão. Na terceira fase, a fase terminal da compreensão da composição propriamente dita, definida pela invariância do total e pela reversibilidade das operações que a compõem, a criança já compreende as partes de um todo e passa da não conservação intuitiva à conservação operatória (PIAGET, 1975b, p. 257).

Dessa forma, para enfatizar a composição aditiva do número, Piaget (1975b) afirma:

A adição é uma operação reversível. Portanto, ela não o é apenas em seus começos, como na primeira fase, quando a criança não compreende que uma totalidade B dissociada em duas partes A e A' continua a ser a mesma totalidade. A operação aditiva se constitui, ao contrário, quando, por um lado, as parcelas são reunidas num todo, mas também por outro lado, quando esse todo é considerado como invariante por qualquer que seja a distribuição de suas partes (PIAGET, 1975b, p. 259).

Nunes e Bryant reafirmam a importância do conceito de composição aditiva para a apropriação do número, destacando que

Em um sistema de numeração com uma base, a composição aditiva do número por unidades de valores diferentes é um conceito fundamental. Sem este conhecimento, é difícil para as crianças apreenderem a ler e escrever números. A composição aditiva, por sua vez, parece basear-se mais na compreensão das crianças de adição do que em correspondência termo-a-termo. A contagem, como vimos repetidamente, não é suficiente para que as crianças entendam o sistema de numeração (NUNES e BRYANT, 1997, p. 80).

Os autores concluem suas afirmações defendendo que se apropriar dos números significa muito mais que indicar uma quantidade numérica ou recitar uma sequência numérica, dessa forma corroborando o que afirma Piaget:

[...] não basta à criança pequena saber contar verbalmente ‘um, dois, três, etc.’ para achar-se de posse do número. Um sujeito de cinco anos pode muito bem, por exemplo, ser capaz de enumerar os elementos de uma fileira de cinco fichas e pensar que, se repartir as cinco fichas em dois subconjuntos de 2 e 3 elementos, essas subcoleções não equivalem, em sua reunião, à coleção total inicial (PIAGET, 1975b, p. 15).

Mencionamos os conceitos considerados fundamentais para que a criança se torne numeralizada (cardinalidade, conservação, transitividade, composição aditiva) de acordo com Nunes e Bryant (1997). Passamos agora a um segundo aspecto dessa aprendizagem: os sistemas convencionais de representação. Sistemas diferentes de numeração foram criados por diversas culturas e refletem a forma como os indivíduos pensam e refletem sobre números e quantidades. Cada sistema tem uma lógica específica que exerce influência na maneira como os problemas relativos a quantidades podem ser resolvidos. No entanto, aprender a usar o sistema de numeração não é tão simples como pode parecer para quem o está aprendendo, embora possa parecer óbvio para quem já o aprendeu.

Dominar aspectos ligados aos princípios da lógica e às invenções culturais é importante para a aprendizagem da matemática. No caso da numeralização, os autores se referem à aprendizagem dos significados e significantes específicos do sistema de numeração decimal. Trata-se da aprendizagem de significantes arbitrários para os números, assim como significados arbitrários de seus valores posicionais. A aquisição de um aspecto pode influenciar diretamente a aquisição do outro. Existe uma linha divisória entre o que concerne à lógica e ao aspecto cultural subjacentes aos conceitos, embora ambos devam estar presentes para que a aprendizagem escolar ocorra:

A linha divisória real entre os dois é frequentemente bastante difícil de estabelecer, e a extensão na qual as dificuldades das crianças são lógicas ou resultam da necessidade de aprender convenções específicas frequentemente não fica completamente clara. Mas há ampla concordância de que as crianças devem aprender sobre ambas as coisas. [...] O poder intelectual das crianças em usar sua habilidade lógica pode melhorar radicalmente como resultado da aprendizagem de sistemas culturalmente projetados (NUNES e BRYANT, 1997, p. 28).

O terceiro aspecto mencionado por Nunes e Bryant (1997), para a aquisição dos números, refere-se às situações nas quais são usados. Dominar um procedimento para resolver determinada situação não significa saber utilizá-lo adequadamente, é necessário escolher dentre os procedimentos gerais o que mais se adapta a uma situação específica. Compreender a situação para ser resolvida dá sentido à seleção de procedimentos para sua solução.

Segundo enfoque diferente, porém, complementar ao de Nunes e Bryant (1997), Spinillo (2006) vincula a numeralização ao que a literatura tem denominado de sentido de número ou sentido numérico, enfatizando a importância do ensino na formação de indivíduos numeralizados. Seu pressuposto é o de que para ser numeralizado o indivíduo precisa “ter familiaridade com o mundo dos números, pensar matematicamente em situações diversas, empregando sistemas eficientes de representação e compreendendo as regras lógicas que regem os conceitos matemáticos inseridos nessas situações” (SPINILLO, 2006, p. 84). Sentido de número ou sentido numérico envolve, ao mesmo tempo, interação com as informações que o ambiente fornece e utilização deste conhecimento em situações com as quais se depara. Sentido numérico pode ser entendido como

[...] uma habilidade cognitiva que permite que o indivíduo interaja de forma bem sucedida com vários números que o ambiente fornece, de maneira que se torne capaz de gerar soluções apropriadas para realizar as atividades do cotidiano que envolve a matemática (SPINILLO, 2006, p. 85).

Nessa direção, a autora alerta para duas questões importantes:

Primeiro, é preciso considerar que o sentido de número deve ser entendido como um subproduto de outras aprendizagens mais do que um produto de uma instrução direta. Não podemos ensinar sentido de número de uma forma direta como fazemos com os conceitos aritméticos, algébricos ou geométricos. Segundo, é preciso considerar que o sentido de número é uma forma de pensar matematicamente. Dessa forma, propõe-se que seja desenvolvido a partir do ensino de cada conceito ou de cada tópico do currículo (SPINILLO, 2006, p. 104).

A autora ratifica a afirmação de Kamii e DeClark (2000) ao assinalar que o sentido de número não consiste em um conceito matemático específico a ser ensinado, e sim uma habilidade que deve ser desenvolvida para lidar com situações que incluem números e quantidades, uma vez que o sentido numérico proporciona uma intuição satisfatória sobre números.

Tanto Spinillo (2006) e Kamii e DeClark (2000) como Nunes e Bryant (1997) destacam a importância da elaboração anterior e paralela de conceitos ao registro correto dos números segundo o padrão arbitrário do SND. Consequentemente, a compreensão de tais informações pelos professores se faz necessária para que seja respeitada essa construção: esse processo deve ser estimulado e acompanhado pelo ensino dos conteúdos normativos.

Nunes e Bryant (1997, p. 18) assinalam que não é raro encontrar-se práticas escolares de ensino organizadas sob a ótica do adulto, que nem sempre consideram o trajeto de construção do conhecimento pelo aluno. Esta preocupação não é recente: “temos que saber

muito mais sobre como as crianças aprendem matemática e o que a matemática pode fazer pelo pensamento delas”. Os autores lembram que ao ensinar o conceito em geral a escola o faz de maneira equivocada.

2.4 Número e Sistema de Numeração Decimal

Para Vergnaud (2009, p. 167), “o número é um conceito para o qual existem vários sistemas de escrita possíveis. A numeração de posição de base dez é um desses sistemas”. Este sistema possui certas características: apenas dez símbolos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9); os agrupamentos são feitos de dez em dez – base dez; é posicional, ou seja, o mesmo símbolo representa valores diferentes que dependem da posição ocupada no numeral; utiliza o zero para indicar uma posição que não está ocupada; é multiplicativo, isso significa que o valor atribuído a um algarismo, dentro de um numeral está relacionado a multiplicação da quantidade pela posição ocupada; e é também aditivo, pois o valor numérico é obtido pela adição dos valores posicionais que os símbolos adquirem nos respectivos lugares que ocupam. Assim, por exemplo, no número 182 temos: $1 \times 100 + 8 \times 10 + 2 \times 1$, em que as multiplicações ilustram a característica multiplicativa e as somas, a característica aditiva.

Otalóra e Orozco (2006) denominam estes símbolos de signos primitivos lexicais que se combinam entre si para dar forma a qualquer valor, e o valor posicional, no qual o algarismo é elevado a potências de base 10, dependendo da posição que ocupa. Se estiver na posição da unidade, a potência será 0 (zero); na posição de dezena, será 1 (um); na posição de centena, 2 (dois). Exemplificando: no número 231, teríamos $200 + 30 + 1$, em que $200 = 2 \times 100$ ou 2×10^2 , $30 = 3 \times 10$ ou 3×10^1 e $1 = 1 \times 10$ ou 1×10^0 . Assim, a lógica do SND implica em cada número de um algarismo, dependendo da posição a qual ocupa, representar uma quantidade.

O Sistema de Numeração Decimal (SND), assim denominado pelas características descritas, é representado com a utilização de dois elementos: a base dez e o valor posicional.

A base do sistema numérico escrito significa que tantas unidades de uma ordem formam uma unidade de ordem imediatamente superior. No sistema de numeração decimal (base dez), dez unidades de uma ordem formam uma unidade (1) de ordem imediatamente superior (BRIZUELA, 2006, p. 27).

Otalóra e Orozco (2006) e Orozco (2005) analisam aspectos semânticos e lexicais relacionados ao número. Os signos primitivos lexicais são usados como suporte para dar

nome a outros números, assumindo uma função morfológica. Na escrita do número duzentos e trinta e um, permanecem nas palavras que compõem o número indícios dos signos primitivos, que morfológicamente podem ser percebidos: em “duzentos”, os dois centos podem ser facilmente notados, e em trinta podemos perceber um indício do número três. Em fase inicial da construção do SND, pelo fato deste conhecimento não estar ainda consolidado, as crianças valem-se de suas hipóteses de registro para elaborar a representação numérica.

Em pesquisa realizada para avaliar como as crianças das séries iniciais realizam a notação de números ditados, Orozco (2005) constatou que o tipo de erro cometido varia de acordo com a série que a criança cursa. Os erros apresentados na 1.^a série, ao fazer o registro dos números com três dígitos, não se repetem na 2.^a série, porém na 2.^a série, ao serem apresentados números com quatro dígitos, os erros são semelhantes aos que os alunos apresentavam na 1.^a série. Por exemplo, na 1.^a série os alunos podem registrar trezentos e vinte e cinco da seguinte forma: **30025** ou **31025**. Na 2.^a série a notação destes mesmos números seria correta, porém diante de ditado de um número como, dois mil e quarenta e cinco, os alunos podem registrar **20045** ou **2.00045**.

Enquanto os alunos de 1.^a e 2.^a série cometem erros do tipo sintático, que pode ser justificado pelo fato de a criança não incluir os dígitos em um todo numérico, na 3.^a e na 4.^a séries os erros são, predominantemente, do tipo lexical. São justificados por Orozco (2005) por um equívoco cometido ao produzir os elementos de um número, os dígitos.

Exemplos da lógica utilizada pelas crianças são fornecidos por vários pesquisadores (OROZCO, GUERRERO OTÁLORA, 2007; NUNES e BRYANT, 1997; LERNER e SADOVSKY, 1996), ao mencionarem a forma como elas registram números que lhes são ditados em fase de construção do SND. Ao ser solicitado à criança que registre duzentos e cinco, ela pode registrá-lo da seguinte forma: *2005*. Apoiando-se na forma falada do número, a criança pode ter como hipótese de registro que ao número *duzentos*, basta acrescentar o *cinco*, ao invés de substituir o zero que se encontra na posição das unidades.

Esta forma de registro é justificada pela dependência da criança aos elementos sintáticos dos sistemas de escrita numérica. Ao interpretar um numeral que lhe foi ditado, a criança pode interpretá-lo de forma diferente do que é esperado pelo adulto. A decomposição necessária para o registro pode ser feita por meio da fragmentação do número. Como no exemplo dado pelos pesquisadores (Quadro 1):

Sintaxe do número ditado	Fragmentação do número ditado	Erro
Duzentos e um	Dois / centos e um	2101
	Dois / centos / um	21001
	Dois centos / um	2001

Quadro 1: Análise de escrita de números

Fonte: Orozco, Guerrero e Otálora (2007, p. 5, tradução livre)

Os erros apresentados se devem ao registro de um número para cada fragmento, que para uni-los são utilizados três tipos diferentes de relação, segundo os pesquisadores: justaposição – os numerais são justapostos, ou seja, ao lhe ser ditado trezentos e vinte e um a criança registra 30021; compactação – o número trezentos e vinte e sete é imaginado como composto por trezentos e mais vinte e sete, então, no registro, o último zero do trezentos é substituído pelo número 27, ficando o registro: 3027; e concatenação – quando são observados apenas os indícios constantes na oralidade: se ditarmos duzentos e um, o registro poderá ser 21.

Da mesma forma que as crianças elaboram hipóteses sobre a representação de números que ouvem, também o fazem com os números que vêem escritos em seu ambiente. Lerner e Sadovsky (1996) levantam a hipótese de que as crianças constroem desde cedo critérios para comparar números. Antes mesmo de perceberem e compreenderem a existência de centena, dezena e unidade, as crianças estabelecem relações entre a posição dos algarismos e o valor que representam. Algumas crianças visualizam os números como uma reta numérica em posição horizontal ou vertical e explicam o julgamento atribuído a duas quantidades, apontando à maior, referindo-se à contagem por elas realizadas: “se contarmos 1, 2, 3, ... o 12 vem antes que o 21 ”

Lerner e Sadovsky (1996), assim como Nunes e Bryant (1997), argumentam favoravelmente à necessidade de construção dos conceitos subjacentes aos números por parte dos alunos, tais como: a cardinalidade, conservação e composição aditiva dos números; a aprendizagem de sistemas convencionais, bem como a escolha de procedimentos mais adequados a serem utilizados em determinadas situações para que a criança se torne numeralizada e apreenda o SND. Em suas obras, estes autores sugerem situações-problema que podem ser apresentadas pelo professor e que podem levar o aluno a descobrir as regularidades do SND, ao contrário do ensino convencional no qual esse conteúdo é parcelado e apresentado gradualmente aos alunos.

Desde que colocadas em situações-problema envolvendo contagens e representações e com a intervenção do professor, segundo Lerner e Sadovsky (1996, p. 139), essas atividades favorecem a constatação de regularidades em suas representações. Quando as regularidades são estabelecidas, é possível ao aluno fazer uso da numeração escrita mais próxima da forma padrão. “Detectar regularidades é necessário [...] não só para avançar na compreensão do sistema, é imprescindível, também, para conseguir um uso cada vez mais adequado da notação convencional”.

Conforme as autoras, construir o SND tendo como parâmetro a constatação de regularidades pode facilitar a aprendizagem, uma vez que os algoritmos também requerem notações convencionais, além de estratégias originais criadas por quem aprende. Assim,

As regularidades que são possíveis detectar a partir do trabalho com as operações também fazem sua parte: contribuem para melhorar o uso da notação escrita, ajudam a elaborar estratégias mais econômicas, nutrem as reflexões que se fazem na aula (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 135).

Há duas décadas, em um estudo sobre notação numérica, Dornelles (1998) constatou similaridade entre este processo de aprendizagem e o da notação da escrita alfabética.

Do mesmo modo que na escrita, antes mesmo de frequentarem a escola, as crianças percebem a presença dos números no ambiente ao interagirem com outras pessoas ou ao observarem situações em que tais símbolos são utilizados. A partir destas situações, critérios envolvendo regularidades da escrita numérica, tais como posição dos algarismos e o valor que representam, passam a fazer parte de um processo de construção de hipóteses por parte da criança.

Sendo uma linguagem, a escrita numérica envolve signos (significantes e significados) arbitrários que os indivíduos precisam dominar, assim como da língua escrita (VERGNAUD, 1990; PIAGET, 1975a; SINCLAIR, 2006). Os dois tipos de escrita, tanto a alfabética como a numérica, referem-se a produtos de convenções sociais.

Durante a aquisição da língua escrita, em contato com materiais gráficos, os indivíduos superam várias fases nas quais levantam hipóteses de como se organiza o sistema de notação alfabética, até chegar à escrita padrão, como mostraram os estudos de Ferreiro e Teberosky (1986). Em um estudo com objetivo similar, embora relacionado à escrita numérica, Sinclair (1990, p.14) constatou a existência de fases para o registro de quantidades que podem ser observadas ao longo do contato do indivíduo com quantidades. Segundo a autora, existe similaridade entre o desenvolvimento da notação alfabética e a numérica até o momento da apropriação dos registros convencionais, em geral realizado na escola.

Como lembra Brizuela (2006), o termo notação é usado para designar representações externas feitas com lápis e papel, com uma existência física, diferentemente de representações mentais.

Sinclair (1990), em pesquisa realizada com crianças, em fase inicial de escolarização, observou as formas de representações que elas utilizavam. Ao conjunto de sinais utilizados para a representação de quantidades denominou ‘notação numérica’. A notação refere-se, então, a um registro escrito de um sistema simbólico, e não como uma anotação. Segundo a autora, a evolução que as crianças apresentam nesta fase podem ser divididas em seis grandes categorias assim resumidas:

[...] notação 1 – a representação das quantidades é marcada por grafias isoladas ou por uma linha contínua com ondulações; notação 2 – uma só figura é utilizada para representar a classe de objetos a ser representada; notação 3 – há uma correspondência entre os objetos do conjunto e as grafias que os representam. Nesta categoria, segundo Dorneles (1998), podem ser identificadas duas subcategorias: 3a – Grafismos icônicos, onde cada objeto é representado por uma figura semelhante ao objeto; 3b – Grafismos abstratos são representações gráficas nas quais não há relação entre a forma de representação e o que é representado; notação 4 – os registros são feitos com algarismos, porém para cada objeto há um numeral, por exemplo, para representar um grupo composto por quatro unidades, a criança pode registrar 1 2 3 4. Nesta categoria, cada algarismo está diretamente ligado a um dos objetos, a ordem é vista como não permutável; notação 5 – o cardinal aparece sozinho, sem que haja necessidade de mais algum registro, e quase sempre escrito de forma correta para representar os objetos; notação 6 – o cardinal aparece, nas representações, acompanhado pelo nome dos objetos. Embora a cardinalidade seja correta, a escrita numérica pode estar vinculada ao nível de escrita que a criança se encontra (BARRETO, 2009c, p. 7537).

Em seu estudo, Dorneles (1998) analisou as estruturas cognitivas presentes na construção dos dois sistemas simbólicos e os procedimentos particulares de cada sistema. Concluiu que os sistemas simbólicos, numérico e alfabético, possuem o que denomina “esquemas procedurais comuns”, e também sistemas próprios de cada forma de representação. Ao iniciar a representação na forma de notação, as crianças fazem uso de registros que julgam adequados para representar o que pretendem, tanto na escrita de palavras como na representação de quantidades.

O estudo das notações de números possui características que são comuns ao sistema da escrita de palavras, por exemplo, uma das formas mais primitivas do registro numérico é feita sob a forma de garatuja, ou linhas onduladas contínuas assim como na escrita (SINCLAIR, 1990). No entanto há diferenças que mencionamos anteriormente. No registro de quantidades

a criança se permite repetir símbolos para notar as quantidades, diferentemente da escrita, como aponta Dorneles (1998, p. 94):

A observação perceptiva dos detalhes das formas de notação, esquema muito utilizado para reproduzir as palavras, não foi encontrado na reprodução de quantidades numéricas. A valorização das vizinhanças entre os sinais notados, outro esquema muito utilizado na reprodução das séries de palavras, também não aparece nas séries numéricas. O uso de notações repetidas para dar conta das coleções iniciais é um esquema procedural exclusivo das séries numéricas.

Para compreender melhor o registro de números, Nunes e Bryant (1997) questionaram a necessidade de saber como se escreve os números para entender a estrutura do sistema de numeração. Em pesquisa realizada pelos autores, constataram que tanto as crianças como os adultos que não sabiam como escrever números eram capazes de entender os invariáveis de um sistema de numeração, como é o caso da composição aditiva. Partindo dessa constatação, a dúvida dos autores passou a ser: a compreensão da composição aditiva é necessária para aprender a escrever e ler números?

Na pesquisa realizada para examinar a produção de números escritos pelas crianças, os autores solicitaram-lhes a escrita de números com apenas um dígito, com dois, três e quatro dígitos. Também pediram que escrevessem o que denominaram “números inteiros”, ou seja, números multidígitos compostos por apenas o dígito da esquerda sendo as demais posições diferentes de 0 (zero), por exemplo: 10, 60, 100, 200 e 1000 (NUNES e BRYANT, 1997, p. 75). Tinham várias hipóteses para o estudo: esperavam que o tamanho do número não fosse o melhor indício de dificuldade, tanto para a leitura como para a escrita e consideraram os “números inteiros” como os mais conhecidos pelas crianças, em detrimento de números como 14, 25, 36 e 47; esperavam também que as crianças apresentassem menos habilidades na escrita de números como 129 ou 123, por serem números que são formados por uma composição aditiva.

Apesar da complexidade da aquisição do conceito do número, as escolas parecem pensar diferente, enfatizando outros procedimentos de ensino-aprendizagem. Nunes e Bryant (1997) alertam para uma atividade comum: a contagem simples, envolvendo a correspondência termo a termo. Essa atividade não é suficiente para que a criança entenda o sistema de numeração e pode acarretar fixação do aluno nesta faceta do conceito que, contudo, não o explica em sua totalidade.

A correspondência termo a termo foi explicada por Piaget (1975b) como sendo um constitutivo do número. Requer a capacidade de comparar duas quantidades, pondo em

proporção suas dimensões, ou seja, colocar em correspondência termo a termo seus elementos. No início da aprendizagem do número a correspondência é importante por fatores de ordem perceptiva que impedem o sujeito de chegar à noção de equivalência durável. Em contato com a realidade (física e social) e por meio de processos de abstração reflexiva ocorre a passagem da correspondência termo a termo para a correspondência quantificante, fonte de equivalência necessária e, portanto, da invariância cardinal (PIAGET, 1975b, p. 71).

As pesquisas realizadas por Piaget (1975b) proporcionaram a identificação de três fases do desenvolvimento da correspondência termo a termo: a fase I, caracterizada pela comparação global sem correspondência termo a termo nem equivalência global, é a fase na qual a avaliação das quantidades a serem colocadas em correspondência ocorre pela comparação global das coleções consideradas, percebe-se ausência de correspondência termo a termo e de equivalência; a fase II, caracterizada pela correspondência termo a termo, mas na forma intuitiva e sem equivalência durável, é aquela na qual há correspondência termo a termo, porém com ausência de equivalência durável. Em princípio as crianças fazem a correspondência, no entanto ficam em dúvida diante de qualquer alteração na disposição dos elementos. A fase III se caracteriza pela correspondência e equivalência durável, ou seja, uma vez que os objetos foram colocados em correspondência, assim permanecem a seguir, em qualquer que seja à disposição dos elementos.

Com base na teoria piagetiana, encontramos na literatura pesquisas realizadas por Zunino (1995), Nunes e Bryant (1997), Moro (2004), Starepravo e Moro (2005), Guimarães (2005), Brizuela (2006), Signorini (2007), Terigi e Wolman (2007), Brandt, Camargo e Rosso (2009), enfocando diferentes componentes fundamentais para a apropriação do sistema de numeração, assim como para contribuir com a compreensão do processo de representação do número e sua compreensão. Pela importância de tais pesquisas para nosso estudo descreveremos seus procedimentos e resultados com mais detalhes.

2.5 Construção da notação numérica: alguma pesquisas

A criança traça um percurso que foi investigado por Lerner e Sadovsky (1996) através de situação experimental centrada na comparação de números e outra centrada na produção deles, durante a construção da escrita numérica. A primeira etapa da avaliação, nesta investigação, consistiu colocar perguntas durante um jogo, no qual as crianças faziam comparações de quantidades representadas por escrita numérica de quantidades que variavam de 5 a 31. As decisões tomadas por elas durante o jogo deveriam ser justificadas. Na segunda

etapa, as crianças tinham que pensar em um número muito alto e registrá-lo. Partindo dessa situação, a entrevista foi direcionada para a investigação da forma como as crianças pensavam e construam suas hipóteses.

Os resultados permitiram que as autoras delineassem o caminho das crianças em suas tentativas de construir o sistema de numeração. As crianças estabelecem um critério que vincula a quantidade de algarismos à magnitude do número, ou seja, entendem que quanto maior for a quantidade de algarismos maior é o número. Esse critério já funciona quando as crianças ainda não conhecem a denominação oral dos números que estão sendo comparados. “Trata-se também de uma ferramenta poderosa no âmbito da notação numérica, já que permitirá comparar qualquer par de números cuja quantidade de algarismos seja diferente” (LERNER E SADOVSKY, 1996, p. 79).

Outro critério observado pelas autoras tem relação com a posição que um algarismo ocupa, função relevante em nosso sistema de numeração. “O valor que um algarismo representa, apesar de ser sempre o mesmo, depende do lugar em que está localizado com respeito aos outros que constituem o número” (LERNER E SADOVSKY, 1996, p. 82).

Otalora e Orozco (2007), assim como Lerner e Sadovsky (1996), ressaltam que o registro numérico não segue a ordem da numeração falada que é apresentada na escola – ordem crescente dos números – que se inicia com a apresentação das unidades, passando pelas dezenas, centenas e assim por diante. As crianças apreendem primeiramente de quantidades exatas – dezenas, centenas, unidades de milhar, múltiplos de 10 – para depois compreenderem a escrita dos números que estão posicionados nos intervalos daqueles. A facilidade do registro destas quantidades é justificada por Otalóra e Orozco (2007) com a afirmação de que tais quantidades, apesar de serem consideradas altas, apresentam maior facilidade de representação.

A numeração falada também foi destacada por Lerner e Sadovsky (1996) por se constituírem uma fonte de informações na qual as crianças se apóiam para extrair dados que direcionam suas hipóteses de escrita, apesar da numeração falada não ser posicional.

[...] se a organização da numeração falada fosse posicional, a denominação oral correspondente a 4705, por exemplo, seria ‘quatro, sete, zero, cinco’, no entanto, a denominação realmente utilizada para este números explicita, além dos algarismos quatro, sete e cinco, as potências de dez correspondentes a tais algarismos (quatro *mil setecentos* e cinco) (LERNER e SADOVSKY, 1996, p. 94).

O fato de o aluno se apoiar inicialmente na numeração falada para construir a escrita faz com que esse aspecto possa ser percebido no registro dos números, nesses casos, a

composição aditiva e a multiplicativa do número fica evidente no processo de notação numérica. Com o tempo, com as vivências e experiências proporcionadas pelas situações escolares ou não, o aluno vai superando o conflito decorrente destas reflexões (OTALÓRA e OROZCO, 2007).

Zunino (1995), buscando entender como acontece a aprendizagem do número, realizou uma pesquisa na qual estabeleceu como um dos objetivos, analisar as estratégias que as crianças utilizam para resolver diferentes “situações problemáticas”. Dentre os vários aspectos pesquisados, para obter resposta para seus questionamentos, o registro de números com ênfase no valor posicional também estava presente.

A maneira como as crianças compreendem o sistema de numeração posicional revela-se frente a diversos problemas formulados pela situação experimental. É assim que poderemos analisar, não somente o que tem aprendido a respeito do valor posicional, mas também como utilizam este conhecimento quando produzem e interpretam quantidades, quando refletem acerca do valor do 0 no sistema, quando se defrontam com contas escolares, quando resolvem as operações que elas mesmas formulam para encontrar a solução das situações-problema propostas (ZUNINO, 1995, p. 117).

A autora afirma que na terceira série as crianças podem posicionar corretamente os lugares das potências de 10. Kamii e DeClark (2000), complementam essa informação ao afirmarem que apenas com 8 ou 9 anos (idade em que, geralmente, as crianças estão cursando a terceira série) conseguem compreender o significado da posição que o algarismo ocupa no número e entender o valor posicional. As autoras, bem como Zunino (1995), reforçam a conclusão de que as crianças reconstróem desde muito cedo algumas regras que regem o sistema posicional e as utilizam para interpretar e comparar quantidades, no entanto, reforçam a ideia que os conhecimentos são construídos pelos alunos. Para que esses conhecimentos sejam construídos e a aprendizagem ocorra de forma adequada, se faz necessário que o processo de construção seja considerado e respeitado ao serem planejadas as atividades que forem planejadas para o trabalho em sala de aula.

Brizuela (2006) refere-se às notações como ato de representar e como o objeto em si. A perspectiva da notação como ferramenta referencial-comunicativa tem como exemplo a pesquisa realizada por Sinclair (1990), mencionada anteriormente. Refere-se à representação centrada na relação entre as notações das crianças e as quantidades que elas representam. A perspectiva relativa ao ato de representar foi ilustrada pela autora com a pesquisa de Lerner e Sadovsky (1996). As autoras consideram que o sistema de registro numérico como um ato que envolve conceitos, ou seja, é um objeto conceitual no qual estão embutidos conceitos construídos pela humanidade.

Para a Brizuela (2006), as notações matemáticas também são consideradas objetos conceituais. Em outras palavras, a forma como as crianças pensam, desenvolvem ideias e refletem sobre números não é uma simples forma de reprodução que combina a percepção e o ato motor. Ou seja, ao fazer o registro numérico, muito além de ver quantidades e representá-las na forma de escrita convencional, estão envolvidos conceitos e idéias que vão sendo construídos paulatinamente por quem dela se apropria. E por ser um sistema de compreensão complexa, as crianças vão construindo hipóteses que a acompanham por diversos anos escolares, construindo elaborações específicas a partir de suas interpretações.

O conjunto dos trabalhos de Brizuela (2006) descreve as notações que as crianças realizam diante de conteúdos da matemática, tais como: numeração, frações, tabelas e funções. O sistema de numeração pode ser considerado um objeto de conhecimento que foi socialmente construído com certas características e com uma lógica que o caracteriza. Os alunos tentam entender essa lógica e se apropriar desse sistema construindo hipóteses, para compreender as relações entre os elementos do sistema e a maneira pela qual o sistema funciona.

Também, partindo desse pressuposto, Signorini (2007) investigou se o ensino da aritmética, com ênfase em algoritmos convencionais, contribui para a construção do conhecimento matemático, analisando operações de adição e/ou subtração. Realizada com alunos de 3.^a e 5.^a séries do Ensino Fundamental, a pesquisa constatou que a utilização dos algoritmos ocorre de forma mecânica e os alunos não percebem a relação existente entre o dispositivo de resolução das operações e o SND. Fato que fica evidente com a conclusão a que Signorini (2007) chega com a pesquisa:

[...] A atuação das crianças indica que o sistema de numeração decimal não está consolidado, e assim, podemos constatar que o ensino da aritmética centrado nos algoritmos não possibilitou avanços significativos no que se refere à efetiva construção do Sistema de Numeração Decimal (SIGNORINI, 2007, p. 115).

Em outro estudo, Guimarães (2005) estabeleceu como objetivo de sua pesquisa identificar o conhecimento epistemológico que os professores-alunos⁶ possuem a respeito das características ou propriedades do sistema de numeração decimal, tendo como finalidade contribuir com a prática pedagógica. A autora conclui que mesmo o professor dispondo de

⁶ A pesquisa foi realizada com alunos de um Programa de Qualificação Profissional para a Educação Básica da Universidade federal do Rio Grande do Norte, justificando o termo aluno-professor utilizado pela autora.

recursos apropriados, o conteúdo vem sendo ensinado de forma mecânica. A pesquisa realizada com professores-alunos foi justificada pela pesquisadora:

[...] uma das maiores preocupações em relação às operações fundamentais com números naturais decorre de dificuldades dos alunos com o Sistema de Numeração Decimal, relacionadas à não compreensão dos agrupamentos e trocas, especialmente na base dez, gerando conflitos os famosos *vai um e pede emprestado* - rituais inerentes às contas escolares – os quais, na maioria das vezes, os alunos não relacionam de maneira alguma com as unidades, dezenas e centenas apresentadas (GUIMARÃES, 2005, p. 57).

Signorini (2007) e Guimarães (2005) enfocam o resultado do ensino da matemática como vem sendo praticado nas escolas. Embora as pesquisas tenham objetivos diferentes, ressaltam a utilização de algoritmos como uma pretensão de ensinar SND aos alunos. Em ambos os estudos, as pesquisadoras afirmam a tentativa frustrada de aproveitar as operações para ensinar números.

Brandt, Camargo e Rosso (2009) investigaram o entendimento de alunos de 3.^a e de 4.^a séries do Ensino Fundamental sobre a estrutura de base dez e a representação escrita correlacionada ao valor posicional. Por meio da análise das informações coletadas na pesquisa, foi possível constatar que as crianças investigadas falam nomes de números em sequências corretas, associando-os às respectivas quantidades, conseguem resolver operações de adição e de subtração de forma convencional, porém os argumentos utilizados por elas quando solicitadas a justificarem seus desempenhos, revelam a incompreensão do SND em sua totalidade.

Os autores concluem que falar o nome dos números em uma sequência correta, fazer atividades que envolvem o valor posicional, assim como manipular números em exercícios com algoritmos são conhecimentos que mesmo sendo expressos podem não ser compreendidos pelos alunos, como vê a seguir:

Das análises feitas, algumas conclusões a seguir podem ser apontadas: a) independente de se encontrarem na 3.^a ou 4.^a série, a maioria dos alunos entrevistados não compreende o valor posicional dos algarismos usados na representação de quantidades; b) a maioria dos alunos demonstrou manipular corretamente o algoritmo da adição e subtração com reserva, porém sem compreender o significado dessa reserva, afirmando, por exemplo, que o 1 da reserva da adição de $27 + 38$ valia 1 mesmo e não dez, o mesmo acontecendo para a subtração; c) percebemos ainda que a importância do rótulo verbal na construção do conceito do valor posicional dos algarismos, de modo que vários alunos que, a princípio não identificavam esse valor, ao terem sua atenção chamada para o ‘nome do numeral’ passaram a perceber as relações, como, por exemplo, nos algarismos vinte e cinco e dezoito; d) as crianças escrevem e falam numerais numa sequência preestabelecida e podem não compreender a estrutura do SND. É um conhecimento social,

confundido com um conhecimento lógico-matemático e que constitui uma forma primária e rudimentar de representar quantidades: cada quantidade tem um numeral que a representa (BRANDT, CAMARGO E ROSSO, 2004, p. 120).

As conclusões a que chegam Brandt, Camargo e Rosso (2009) trazem informações importantes. Ao encontro das afirmações de Kamii e DeClark (2000), as autoras salientam que por volta de 8 ou 9 anos, ou seja, nas 3.^a e 4.^a séries, a maioria das crianças ainda não compreende o valor posicional dos algarismos utilizados na representação de quantidades. É uma informação relevante que merece ser compreendida e respeitada na prática escolar.

Na tentativa de favorecer a aprendizagem, os professores utilizam recursos materiais para auxiliar a construção do conhecimento do número pelos alunos, porém o fazem de forma muitas vezes equivocada, pois a lógica que envolve o valor posicional não é facilmente compreendida pelos alunos. Por ser um sistema de representação de quantidades, é essencial que o aluno dele se aproprie para que tenha um bom desempenho escolar. No entanto, a prática pedagógica inadequada vem construindo obstáculos para a construção do conceito de números e é apontada por autores como Terigi e Wolman (2007) e Moro (2004).

Terigi e Wolman (2007, p.70), ao analisarem o ensino usual do sistema de numeração e os pressupostos que o orientam, apontam alguns problemas que apresentam tanto do ponto de vista do objeto de ensino, no caso do sistema de numeração, como sua relação com as ideias dos sujeitos. Os problemas apresentados pelas autoras podem ser uma das explicações possíveis para a causa do baixo desempenho em matemática apresentado por nossas escolas.

O primeiro problema mencionado é que, usualmente, o ensino do SND ocorre pela apresentação dos números, um por vez, começando pelos dígitos e respeitando a ordem em que se apresentam no SND, sendo a série em que o aluno se encontra um fator determinante para dimensionar até que número pode ser ensinado. Para isso, a escola faz “cortes” que são estabelecidos como metas a serem atingidas nas diversas séries escolares e junto com a apresentação do número 10, a escola tenta transmitir as ideias de unidade e dezena. Este conteúdo é considerado requisito necessário para o ensino dos algoritmos convencionais. Assim sendo, a compreensão pode tornar-se difícil, uma vez que não é possível detectar regularidades e descobrir os recursos do agrupamento, pois a interação com o sistema não é permitida.

O segundo problema refere-se aos recursos utilizados para ensinar o SND. A escola emprega diversos materiais para tornar concreto o princípio de agrupamento da base dez, a partir do qual todos os números são transformados de forma concreta, seja na forma de

manipulação de objetos ou desenhos. Estes recursos apresentam inconveniências ao ensinar a posicionalidade do nosso SND, tendo em vista que na representação concreta do número formado por dezena(s) e unidade(s), independentemente da posição da dezena, manterá seu valor, enquanto que no registro convencional do SND ao representar a quantidade, as regras que regem a convencionalidade devem ser respeitadas. Por exemplo: ao representarmos 23 unidades não podemos registrá-las 32, no entanto dependendo da forma como a escola trabalha, o aluno poderá entender que qualquer uma das representações pode estar correta. Ou seja, a escola ensina o aluno a agrupar as 23 unidades em grupos de dez e o aluno assim o faz, porém, sem que ele tenha descoberto algumas regularidades e sem que ele tenha a lógica desenvolvida. Segundo Nunes e Bryant (1997), ao representar os dois agrupamentos formados e as três unidades que ficaram sem serem agrupadas, ele poderá representar tanto de uma forma (23) como de outra (32). Ensinar o aluno a trabalhar com agrupamentos em várias bases não garante que ele compreenda a escrita numérica do sistema de numeração que utilizamos. O SND é preocupação manifestada por Lerner e Sadovsky e confirmada por Terigi e Wolman (2007).

O terceiro e último aspecto apontado pelas autoras, como merecedores de análise, é um dos objetivos, talvez o mais enfatizado pela escola, para o qual é ensinado o SND. Ensinar números para a escola está relacionado à aprendizagem de algoritmos convencionais, tendo como parâmetro que sem conceituar unidade e dezenas não será possível um bom desempenho em aritmética. As dificuldades apresentadas pelos alunos diante da resolução de operações são testemunhas da barreira para compreender as regras relacionadas com os princípios do SND.

As dificuldades e resistências à compreensão do SND, tanto na forma oral como na escrita, pela criança, em especial no que diz respeito à ideia de valor posicional, são apontadas por Moro (2004) como obstáculos. A compreensão do valor posicional dos algarismos; uso do símbolo zero, como mantenedor de posição; uso de sinais de pontuação são as principais dificuldades de alunos de 1.^a a 4.^a série em dominar aquele sistema de escrita.

A autora afirma ainda que a compreensão das crianças com relação à representação, fazem com que vejam o signo numérico para dezenas além de 20 como algo absoluto. “Mesmo após lições sobre valor posicional, não recorrem a noções de agrupamento e reagrupamento de base de cada algarismo [...]” (MORO, 2004, p. 253). Os erros lexicais e sintáticos continuam em tarefas de transcodificação de números, causas da generalização inadequada de regras construídas por casos típicos.

Para Moro (2004), a compreensão do valor posicional acontece mediante a coordenação de três ideias que combinam a forma como o pensamento se estrutura: em numerais multidígitos, os dígitos mantêm seu significado em combinações possíveis; o sistema tem características aditivas; a posição ordenada tem papel importante na definição de seu valor. E a compreensão das potências de base dez, cem e mil antes que tenham compreendido a escrita dos numerais que estão nos intervalos destes números. Assim, a numeração falada interfere na compreensão da escrita dos números e a numeração escrita interfere na numeração falada.

É importante ressaltar que quando o ensino se fundamenta na transmissão de regras, as quais os conteúdos são apresentados sem que a construção do conhecimento seja feita pelos alunos, por envolver ações mentais, há um impedimento na construção de conceitos importantes para a compreensão do sistema numérico e o conteúdo escolar poderá não ser apropriado e compreendido pelos alunos (STAREPRAVO e MORO, 2005). Assim, os alunos se apropriam do conhecimento de forma mecânica e não conseguem utilizar o conhecimento em situações semelhantes.

Quando se impõe o SND, apresentando aos alunos a sequência numérica para que seja apropriada de forma mecânica, para ser memorizada, interferindo nas descobertas de regularidades, sem que este conhecimento seja apreendido pelo aluno, podem estar sendo criadas lacunas na aprendizagem que, conseqüentemente, poderão proporcionar um “des”gosto por conteúdos relacionados à matemática, resultando em defasagens e, conseqüentemente, nos índices que são apresentados nas avaliações que medem tais desempenhos.

As pesquisas que mencionamos contribuem para que tenhamos conhecimento de como o aluno vai construindo a notação numérica e também contribuem para refletirmos sobre aspectos relacionados aos processos de ensino e aprendizagem. Evidenciam que o processo de construção possui determinadas especificidades e necessita passar a ser um conhecimento do professor para que, sendo compreendido, possa ser respeitado e sua construção seja incentivada de forma adequada.

Embora Starepravo e Moro (2005) tenham investigado as notações nos problemas de multiplicação, podemos fazer uso da afirmação que fizeram as autoras de que é necessário que o professor observe o nível de compreensão das notações que o aluno possui os conceitos matemáticos envolvidos e as respectivas estratégias utilizadas pelo aluno e a partir deste conhecimento, planejem a prática.

3 METODOLOGIA

Em atendimento ao objetivo da pesquisa “Investigar a escrita numérica do SND apresentada por alunos da 3.^a série do ensino fundamental de escolas públicas do município de Londrina”, optamos por realizar uma pesquisa qualitativa.

Ao encontro dessa opção, decidimos realizar a coleta de dados da pesquisa com base em dois conjuntos de estudos: os realizados por Nunes e Bryant (1997) e Lerner e Sadovski (1996); e os realizados por Jean Piaget ([1975?]). Os primeiros estudos fundamentaram os protocolos das entrevistas (Apêndice III) cuja base comum são os conceitos de número e sistema de numeração decimal. Tais entrevistas (Apêndice IV) foram realizadas mediante o método clínico-crítico piagetiano que busca entender o processo de pensamento dos sujeitos: “a abordagem piagetiana sugere que se procure compreender o que os acertos e os erros revelam sobre o raciocínio do sujeito examinado” (CARRAHER, 1988, p. 22).

3.1 O Método Clínico-crítico

Piaget ([1975?]) destaca que o método clínico-crítico fornece ao pesquisador ferramentas para instigar o indivíduo a verbalizar parte de seus pensamentos, fazendo com que a forma como pensa possa ser compreendida. A forma e o funcionamento do pensamento se mostram cada vez que o sujeito entra em contato com seus pares ou com um adulto: é uma forma de comportamento social que se pode observar de fora. O conteúdo, ao contrário, é um sistema de “crenças íntimas” que exige “uma técnica especial para se chegar a sua descoberta” (PIAGET, ([1975?]), p. 6).

O método clínico-crítico, conforme o próprio autor, ultrapassa os recursos usados nos testes e na observação direta. O pesquisador conduz a investigação, ao mesmo tempo em que é conduzido por ela, faz uso de observações, propõe problemas, levanta hipóteses e as controla com a reação provocada pela conversa. Para isso, deve ter como qualidades saber observar, buscar algo preciso possível, possuir hipóteses de trabalho, uma teoria verdadeira ou falsa para controlar (PIAGET, ([1975?]), p. 10).

É parte essencial do método clínico-crítico a obtenção de justificativas para as respostas dadas. “As justificativas dadas pelos sujeitos auxiliam-nos na compreensão do modo pelo qual o sujeito chega à sua resposta e das relações que ele vê entre as partes do problema” (CARRAHER, 1983, p. 34). Por fim, a avaliação das respostas dadas pelo sujeito deve levar o

examinador a encontrar uma explicação para a compreensão de como ocorre o pensamento do sujeito. A contra-argumentação é um recurso utilizado para provocar o desequilíbrio na resposta dada sobre determinado conhecimento. Consta de argumentar de forma contrária ao que foi respondido pelo aluno para que ele reflita sobre a resposta dada.

Os estudos realizados com a aplicação do método clínico-crítico proporcionaram ao autor a categorização das repostas dos indivíduos em cinco grandes grupos. Estas categorizações nos auxiliaram, durante as entrevistas, para que nossas perguntas não dessem margem a respostas dos alunos de tipo “não importismo”, “fabulação” e “crença sugerida”. No decorrer das entrevistas individuais com os alunos investigados, buscamos favorecer respostas de tipo “crença desencadeada” e “crença espontânea”.

I – Não importismo: a criança responde qualquer coisa e de qualquer forma.

II – Fabulação: quando a criança responde a pergunta inventando uma história por simples exercício verbal.

III – Crença sugerida: a criança se esforça para responder, mas a pergunta é sugestiva e procura simplesmente agradar o experimentador sem apelar à sua própria reflexão.

IV – Crença desencadeada: quando a criança responde com reflexão, extraindo a resposta de seus próprios recursos, sem sugestão, mas sendo a pergunta nova para ela. A pergunta força a criança a raciocinar em uma certa direção e sistematizar seu conhecimento de uma certa forma.

V – Crença espontânea: quando a criança não necessita raciocinar para responder à pergunta, podendo dar uma resposta imediata por já estar formulada ou ser formulável.

Carraher (1983, p. 27) sugere algumas diretrizes para auxiliar as reflexões sobre as observações e verbalizações dos sujeitos entrevistados, seguindo este método:

1. Preparação para o exame – apesar da flexibilidade, não é feito totalmente livre, requer do aplicador um conhecimento do conceito ou conteúdo a ser avaliado, em que um roteiro deve ser seguido, porém não cegamente obedecido.

2. Escolha prévia das situações a serem apresentadas à criança possibilita ao examinador a formulação de objetivos claros para seu trabalho, o que deve orientá-lo para que não se perca durante o exame e saiba usar a flexibilidade do método clínico sem gastar tempo desnecessariamente com questões sem interesse ou irrelevantes. Quanto melhor o examinador conhecer a estruturação do raciocínio nos diversos estágios de desenvolvimento do conceito, melhor poderá orientar suas perguntas de modo a esclarecer o significado das respostas do sujeito.

Durante o exame, o examinador deve acompanhar o raciocínio do sujeito, estando

atento para o que ele diz ou faz, sem corrigir suas respostas e sem completar o que ele quer dizer. Caso o raciocínio do sujeito seja interrompido, o examinador deve levar o sujeito a retomar o problema para que chegue sozinho a uma possível conclusão.

Em nossa pesquisa procuramos seguir esses aspectos do método clínico-crítico durante as entrevistas individuais conduzidas com os alunos selecionados. Para a análise desses dados nos valem os critérios encontrados por Nunes e Bryant (1997) e Lerner e Sadovski (1996) em seus estudos anteriores sobre a notação e compreensão do sistema de numeração decimal: relação direta entre quantidade de algarismos e magnitude do número; posição do algarismo como critério de comparação; escrita de centenas e/ou unidade de milhar seguidas de unidade dezena ou centena; e também a vinculação entre numeração falada e escrita.

Objetivo Geral

- Investigar a compreensão da escrita numérica e do SND apresentada por alunos da 3.^a série do ensino fundamental de escolas públicas do município de Londrina/PR;

Objetivos Específicos

1. Verificar as hipóteses que os alunos da 3.^a série apresentam em relação à compreensão escrita de números.
2. Interpretar as hipóteses apresentadas pelos alunos diante das solicitações aos procedimentos de reflexão e escrita referentes ao número e o SND.
3. Identificar a compreensão que os alunos têm em relação ao número e SND.

3.2. A pesquisa

Para a realização da pesquisa, selecionamos duas escolas públicas com base em seu desempenho em matemática na Prova Brasil, 2007. Os resultados dessa prova foram utilizados como parâmetro para a escolha da escola de melhor e de pior desempenho que aceitassem participar da pesquisa. Na época em que a pesquisa foi iniciada os novos resultados, referentes à última avaliação (2009), ainda não haviam sido divulgados.

Assim, foram selecionadas duas escolas do sistema municipal de educação da cidade de Londrina, uma que apresentava o menor índice em matemática na Prova Brasil, denominada de Escola 1⁷, e outra, o maior índice, Escola 2. A seleção das duas escolas

⁷ Escola 1 – escola de pior desempenho; Escola 2 – escola de melhor desempenho na Prova Brasil 2007.

ocorreu por elas pertencerem ao mesmo sistema de ensino e terem como orientação metodológica os mesmos referenciais curriculares.

Dois meses após a realização da coleta dos dados, os resultados da Prova Brasil 2009 foram divulgados, a melhor escola se manteve com o melhor resultado e a escola com o menor nível de desempenho apresentou uma pequena melhora, passando do último para o penúltimo lugar na classificação geral, juntamente com outras duas escolas. Devido ao fato da alteração não ter sido significativa, se considerarmos o total de escolas da rede municipal, mantivemos as mesmas escolas para a coleta de dados. Dessa forma, permaneceram as duas escolas inicialmente selecionadas para a pesquisa.

Para chegarmos aos nomes destas escolas, entramos em contato com a Secretaria Municipal de Educação de Londrina e pesquisamos os arquivos de notas do MEC (BRASIL, 2010). Após a aprovação do projeto pelo Comitê de Ética da Universidade Estadual de Maringá, contatamos as escolas para obtenção de seu aceite em participar da pesquisa (Apêndice I e Apêndice II). Além disso, aos professores das duas escolas foram explicados os objetivos e procedimentos da pesquisa, respondidas as questões relativas às suas dúvidas bem como as solicitações de esclarecimentos.

Obtido o aceite das duas escolas, solicitamos informações sobre as turmas de 3.^a série das escolas. Fomos informados que a Escola 1 (menor desempenho) possuía cinco turmas desta série com 25 alunos em cada uma delas – total de 175 crianças; enquanto a Escola 2 (melhor desempenho) possuía duas turmas, uma com 34 alunos e outra com 23⁸ alunos – total de 57 alunos. Segundo a direção da escola, a discrepância na quantidade de alunos das duas turmas da Escola 2 justificava-se pela presença de dois alunos de inclusão na segunda turma.

Com o apoio do Departamento de Matemática Aplicada da Universidade Estadual de Londrina⁹ definimos a quantidade de alunos que constituíram a amostra desta pesquisa: 66 da Escola 1 e 35 da Escola 2. Os alunos foram selecionados de forma aleatória, através de um sorteio, conforme foi orientado pela equipe de estatística na reunião realizada no departamento.

Ao retornarmos à escola, constatamos que havia alteração no número de alunos apresentados inicialmente. A Escola 1 apresentava como característica a alta rotatividade de alunos, por ser localizada em uma região com problemas sociais intensos, principalmente

⁸ Conforme normatização da Educação Especial.

⁹ Deste encontro participaram professores e acadêmicos do Projeto de Atendimento Estatístico do Departamento de Estatística da UEL que gentilmente analisaram os dados levados, calcularam o tamanho da amostra e fizeram algumas sugestões para a tabulação dos dados após a coleta em campo.

brigas entre famílias pelo envolvimento com o tráfico de drogas, segundo informações fornecidas pela equipe pedagógica da escola. A rotatividade foi considerada como justificativa, pela escola, para a alteração na quantidade de alunos acordada no primeiro contato, mudando, conseqüentemente, o número de alunos de 66 para 57. Com isso, a quantidade total de alunos que compôs a amostra foi 92 (56 alunos da Escola 1 e 36 da Escola 2). É importante ressaltar que com a modificação da quantidade total de alunos da 3.^a série da primeira escola, tivemos de refazer o cálculo para manter a proporção inicialmente estabelecida.

Com a definição do número de alunos que comporiam a amostra da pesquisa e de posse da relação nominal das turmas, fizemos o sorteio e iniciamos as entrevistas. Os alunos sorteados foram entrevistados individualmente em espaços indicados pela coordenação pedagógica. Em ambas as escolas, o espaço físico disponível para as entrevistas não pode ser o mesmo em todos os dias devido às atividades que já estavam sendo realizadas em determinados dias da semana.

Devido às especificidades de funcionamento de cada escola, o espaço em que foram realizadas as entrevistas teve que atender ao que estava disponível nas escolas, na hora da entrevista. Na Escola 1 foram utilizadas duas salas: uma pequena sala geralmente utilizada para atendimento a alunos em contra-turno, a qual continha carteiras, cadeiras e quadro de giz; a outra sala, a da supervisora, foi cedida por esta, era equipada com escrivaninha, cadeiras e armário. Na Escola 2 utilizamos a sala dos professores e também uma sala ao lado do refeitório que continha carteiras e cadeira. Os alunos foram entrevistados durante o horário escolar, para os quais explicamos que participariam de uma pesquisa, que inicialmente participariam de um jogo, depois realizariam algumas atividades orais e escritas.

3.3. As entrevistas

As entrevistas foram divididas em duas partes: a primeira contemplou o uso do jogo Super Trunfo, e a segunda uma sequência de atividades propostas que compunha um protocolo adaptado das pesquisas de Nunes e Bryant (1997) e Lerner e Sadovski (1996), para direcionamento da entrevista.

O jogo Super Trunfo – Gatos possui como uma de suas características a apresentação de dados numéricos que variam entre quantidades numéricas compostos por valores expressos com números compostos de um a quatro dígitos. A escolha do jogo tem como justificativa os

valores numéricos apresentados nos cartões, sendo estes compatíveis com o conteúdo de Sistema de Numeração Decimal proposto pela proposta pedagógica para a 3.^a série.

Além disso, esse jogo foi selecionado por favorecer a comparação entre as quantidades apresentadas e a diferenciação entre a maior e a menor entre elas, sendo este o principal objetivo deste jogo para nossa pesquisa. Dessa forma, contempla o conteúdo numérico sugerido pela Proposta Curricular, da Secretaria Municipal de Educação, para ser trabalhado pela série escolhida.

Na pesquisa de Lerner e Sadovsky (1996) foi utilizado o Jogo Batalha contendo cartas com números de 5 a 31. Em nossa pesquisa, além do jogo Super Trunfo - Gatos, onde apareciam números que variavam de 2 a 1.998, utilizamos quantidades compostas por quatro algarismos, tendo como justificativa o conteúdo proposto pela rede municipal para ser ensinado nesta série.

Por conter números compostos de um a quatro dígitos, o jogo possibilitou a comparação de quantidades e uma reflexão inicial dos alunos sobre o sistema de numeração. O jogo foi desenvolvido da seguinte maneira: inicialmente os alunos eram questionados se já haviam desenvolvido Super Trunfo - Gatos. Caso conhecessem o jogo, as regras eram apenas lembradas. Quando às crianças não o conheciam, o jogo lhes era apresentado e as regras eram explicadas. Separavam-se as cartas em dois conjuntos e o aluno escolhia a parte que seria sua. Iniciaria o jogo quem tivesse a carta com a marca Trunfo – marca esta contida em apenas uma carta a que é atribuída uma valorização superior.

Conforme sugerem as regras que acompanham o Jogo Super Trunfo – Gatos, as cartas foram distribuídas na mesma quantidade para cada um dos jogadores. Cada jogador formou seu monte e só poderia ver a primeira carta da pilha. As cartas possuíam informações como: ano de surgimento da raça, limpeza, vida doméstica e vida ao ar livre, às quais foi atribuído um valor numérico. O aluno selecionava a informação de seu interesse em cada um dos cartões que se apresentavam sobre a pilha de cartões, os valores eram comparados nos cartões dos dois jogadores e assim, determinavam-se o maior e o menor.

O jogo era realizado logo depois da conversa inicial e após dez minutos, os alunos recebiam lápis e papel para realizarem os registros das respostas solicitadas pela pesquisadora. Em média, as entrevistas com cada aluno tiveram a duração de 40 a 50 minutos e eram realizadas em uma única etapa.

O protocolo de entrevista que se seguia ao jogo foi adaptado de duas pesquisas anteriores realizadas por Nunes e Bryant (1997) e Lerner e Sadovski (1996). O protocolo continha apenas questões norteadoras da entrevista que, dependendo do conhecimento

demonstrado pelo aluno durante o jogo, seria direcionada seguindo os padrões do método clínico-crítico piagetiano. Por essa razão, o protocolo resultante de cada entrevista não apresenta a mesma quantidade e qualidade de questões para todos os entrevistados.

Levando-se em conta características do método clínico-crítico elaborado por Piaget, como flexibilização das solicitações conforme as respostas dos sujeitos, observação das ações e falas espontâneas e dirigidas de indivíduo, durante a entrevista e na situação de jogo que ocorreu antes, procuramos desenvolver uma atitude de escuta e acolhimento em relação ao entrevistado. Além disso, buscamos atender ao repertório linguístico do aluno, valendo-nos de perguntas e argumentos claros e objetivos.

A entrevista foi composta por situações em que o aluno deveria fazer comparações de quantidades, registrar números ditados pela entrevistadora, comparar quantidades apresentadas oralmente pela pesquisadora e, por último, pensar, dizer e registrar um número considerado “bem grande”.

Em nossa pesquisa, os números foram ditados apenas uma vez, porém, caso o aluno requisitasse, poderia ser repetido quantas vezes fossem necessárias (raras vezes houve a necessidade de repetição). Logo de início era ditado um número composto por um único dígito e outro composto por dois dígitos; após o registro realizado pelo aluno, ele teria de apontar o maior entre os dois e justificar sua resposta. Por exemplo, ditávamos os números 8 e 14, o aluno os registrava e justificava sua resposta. Nesse momento, o objetivo era verificar se ele já possuía a ideia de que a quantidade de algarismos é um indicativo da magnitude do número.

Em seguida, mais alguns números de dois, três e quatro dígitos eram ditados e a comparação entre eles teve como objetivo verificar se a ideia de valor posicional como determinante da grandeza do número já se fazia presente no raciocínio do aluno. Após serem ditados números compostos apenas por dezena inteira sem unidade, cuja casa da unidade era ocupada pelo zero; centena inteira, sem dezena nem unidade, assim como unidade de milhar inteira sem centena nem dezena, dois pares de números foram apresentados oralmente para que os alunos os comparassem, apontassem o maior e justificassem suas respostas.

A entrevista era concluída com a sugestão para que o aluno pensasse, dissesse e registrasse um número que ela considerasse bem grande. Esta solicitação foi adaptada da pesquisa de Lerner e Sadovski (1996) e tinha por objetivo verificar qual o pensamento do aluno entrevistado, com relação a grandeza de quantidades.

3.4. Análise dos dados

A análise dos dados obtidos realizou-se por meio do enfoque qualitativo, a qual priorizou as respostas dadas pelos alunos durante a entrevista e os registros por eles realizados.

As respostas e os registros, aliados ao referencial teórico, contribuíram para o entendimento do processo de construção da escrita numérica. As entrevistas, assim como os registros feitos pelos alunos que participaram da pesquisa foram analisadas para que chegássemos às conclusões que apresentamos neste relatório.

Procuramos analisar os dados apresentados no que denominamos de critérios avaliados: relação estabelecida entre a quantidade de algarismos e a magnitude do número; o valor posicional como indicador de valor atribuído ao número; registro de números ditados pela pesquisadora; comparação de quantidades apresentadas na forma verbalizada e indicação de uma quantidade julgada “alta” pelo aluno.

4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Na Escola 1¹⁰ foram entrevistadas 31 meninos e 25 meninas, em um total de 56 alunos, com idade entre 8a.6m. e 10a.6m. e na Escola 2 foram entrevistados 22 meninos e 14 meninas, ou seja, 36 alunos com idade entre 8a.3m. e 10a.2m. Ao todo foram entrevistadas 92 alunos cujas idades variavam entre 8a. e 3m. e 10 a. e 6m.

4.1 Quantidade de algarismos e magnitude do número

O primeiro critério a ser investigado referia-se à magnitude do número, ou seja, queríamos verificar se os alunos estabeleciam a relação entre a quantidade de algarismos que compunham os números apresentados e a sua magnitude. Quanto mais algarismos compunham o número, maior seria seu valor. Iniciávamos a sequência numérica apresentada aos alunos, sempre em pares numéricos compostos inicialmente por unidades seguidas de dezenas, seguíamos com a apresentação de dezenas e centenas e, finalmente, centenas e unidades de milhar. Para todos os pares de números apresentados pedíamos que o aluno, após escolher qual considerava o maior, justificasse sua escolha. Assim como Lerner e Sadovsky (1996, p. 77), propusemos uma situação centrada na comparação de números a fim de verificar e precisar as suposições dos alunos.

Dos alunos da Escola 1 (pior desempenho na Prova Brasil), 93% (53) conseguiram ler números com três dígitos apresentados e consideraram que a quantidade de algarismos de um número é um critério importante para comparar quantidades numéricas e determinar qual é a maior. Nesta escola 5% (3) dos alunos apesar de não saberem ler os números apresentados, compostos por centena, dezena e unidade, afirmaram que com certeza esses números eram maiores que os compostos apenas por dezena e unidade, como é o exemplo de A. E1¹¹ e outros 2% não responderam o porquê de considerarem as quantidades maiores, apenas apontavam indicando a maior ou simplesmente dizendo o número. No entanto,

A seguir destacamos algumas falas de alunos da Escola 1: alunos que conheciam números e alunos que não os conheciam. R. E1, W. E1 e J. E1 conheciam os números e diante

¹⁰ Em nossa pesquisa identificamos as escolas pesquisadas por numerais 1 e 2. A Escola 1 é identificada como a de mais baixo desempenho em matemática na Prova Brasil/2007 e a penúltima pior colocação na prova Brasil/2009; a Escola 2 é identificada como a de melhor desempenho nas duas provas.

¹¹ Esta nomenclatura significa que o aluno (A. - letra inicial do nome) pertence a Escola 1(E1), ficando denominado A. E1. Os nomes foram preservados para não ocorrer desconforto à escola e aos alunos, segundo as orientações do Comitê de Ética.

da solicitação não hesitaram em responder, diferentemente do que aconteceu com A. E1, que conhecia apenas dezenas e mesmo não conhecendo a centena que lhe foi apresentada, argumentou adequadamente ao justificar sua opção ao designar o maior entre os dois números:

Entrevistador

- *Eu vou pedir para você fazer uns números: oito, catorze.*
- *Dos números que você fez qual você acha que é maior?*
- *Como você sabe que ele é maior?*

R. E1. - conhecia os numerais

- Catorze.
- Porque **ele tem dois números.**

Entrevistador

- *Eu vou pedir para você fazer uns números e depois eu vou fazer umas perguntas sobre eles. Faz o número oito.*
- *Agora faz o catorze.*
- *Qual dos dois é maior?*
- *Por que você acha que o catorze é maior?*
- *E o catorze?*

W. E1 – conhecia os numerais

- Catorze.
- Porque **o oito só tem um número.**
- Dois.

Entrevistador

- *Que número é esse (112)?*
- *E esse (89)?*
- *Qual é maior cento e doze ou oitenta e nove?*
- *Por que ele (112) é maior, se no oitenta e nove tem os números oito e nove?*
- *E quando tem centena, dezena e unidade é maior que quando tem só dezena e unidade?*
- *O menino da outra escola falou que o oitenta e nove era maior porque tem o oito e o nove. E aqui (112) tem o um, o um e o dois. Ele estava certo?*

J. E1 – conhecia os numerais

- Cento e doze.
- Oitenta e nove.
- Cento e doze.
- Porque tem **centena, dezena e unidade.**
- É.
- Tá errado, por que o cento e doze **tem três casinhas**, centena, dezena e unidade. E aqui (89) **só tem duas.**

- Entrevistador
- *Que número é esse (112)?*
 - *E esse (89)?*
 - *Esse aqui (112) é o cento e doze.*
 - *Qual dos dois é maior oitenta e nove ou cento e doze?*
 - *Como você sabe que esse número (112) é maior que oitenta e nove, se você nem sabe que número é o cento e doze?*
- A. E1 – conhecia apenas as dezenas.
- Não sei.
 - Oitenta e nove.
 - Cento e doze.
 - Porque ele **tem mais números**. Ele tem **três números**.

Apesar de nem todos os alunos da Escola 1 (pior desempenho na Prova Brasil) terem dado respostas como as dos três alunos (R. E1, W. E1 e J. E1), logo no início da entrevista, todos os alunos (100%), em algum momento da entrevista verbalizaram que a quantidade de algarismos indica a magnitude do número, ou seja, a resposta dada pelos alunos entrevistados demonstra que já construíram esta dimensão componente do SND. Na Escola 2 (melhor desempenho na Prova Brasil) todos os alunos (100%) relacionaram a quantidade de algarismos à magnitude do número, como podemos ver nos exemplos que seguem e as argumentações realizadas desde o início das entrevistas:

- Entrevistador:
- *C., agora você faz o oito e o catorze.*
 - *Qual dos dois é maior?*
 - *Por que você acha que catorze é maior?*
 - *Então quando tem dois números é sempre maior que quando tem só um?*
- C. E2 – conhece numerais
- Catorze.
 - Porque **ele tem dois números** e juntando o 1 e o 4 fica maior que o 8.
 - É.

- Entrevistador:
- *L. eu vou ditar uns números e você vai dizer qual é o maior e justificar porque. Oito. Catorze.*
- L. E2 – conhece numerais
- Catorze. Porque ele tem **dois números**.

- Entrevistador:
- *Eu vou pedir para você fazer uns números e depois eu vou fazer umas perguntas. Oito. Catorze.*
 - *Qual é maior?*
 - *Como você sabe?*
- A. E2 – conhece numerais
- Catorze.
 - Porque o catorze tem **dois números** e o oito só **tem um**.

Os alunos da Escola 1 e da Escola 2, em sua totalidade, consideram que o número de algarismos que compõem um número é indicativo de sua magnitude, corroborando a constatação de Lerner e Sadovsky (1996) no que se refere ao critério de comparação de quantidades de algarismos em um número. Apesar de os alunos que participaram de nossa pesquisa terem idade maior que os participantes da pesquisa das autoras e os números por nós apresentados terem sido adaptados à série, conforme mencionamos na metodologia, a avaliação deste critério foi significativo para constatarmos que, mesmo não conhecendo o nome dos números apresentados, a quantidade de algarismos é um indicativo importante para determinar a magnitude de um número, mesmo em crianças da 3.^a série.

Como mostramos no exemplo de A.E1, que conhecia apenas as dezenas e usou esse conhecimento para afirmar que cento e doze era maior que oitenta e nove. Assim como A.E1, outros alunos já construíram o conhecimento relacionado à magnitude do número mesmo não sabendo ler as quantidades apresentadas, como H.E1, M.V. E1 e A.E1:

Entrevistador:

H.E1

- *Que número é esse (112)?* - Mil...esqueci. Mil, ... cento e vinte e dois. Cento e vinte e dois.
- *E esse (89)?* - Oitenta e nove.
- *Qual dos dois é maior?* - Cento e vinte e dois.
- *Por que ele é maior?* - Porque ele é maior que todos esses números.
- *Onde você olhou pra saber que ele é maior?* - Porque esse aqui (89) tem **dois números** e ele (112) tem **três números**.
- *E quando tem três números é maior que quando tem dois, é isso?* - É. E quando tem quatro é unidade de milhar.

Entrevistador:

M.V. E1

- *Que número é esse (112), você conhece? (demorando para ler)* - Não.
- *E esse (89)?* - Dezenove, **esqueci**.
- *Oitenta e nove.* - Oitenta e nove.
- *Esse (112).* (Demora para ler)
- *É o cento e doze.* - Cento e doze?
- *Qual dos dois é maior?* - Esse (apontou para o 112).
- *Como você sabe, se você nem sabia o nome do número?* - Porque esse aqui (89) é **mais menor**.
- *Onde você olhou para saber que ele é maior?* - Porque para chegar até esse aqui (112) tem muito número.

Entrevistador	A.E1
- <i>Que número é esse (112)?</i>	(silêncio)
- <i>E esse (89)?</i>	- Oitenta e nove.
- <i>E esse (112)?</i>	- Cento e... Cento e doze.
- <i>Qual dos dois é maior cento e doze ou oitenta e nove ?</i>	- Cento e doze.
- <i>Como você sabe que o cento e doze é maior?</i>	- Porque a gente sempre fala oitenta e nove depois vem o cento e doze.
- <i>Se a gente for contando dá para saber, passa primeiro no oitenta e nove, depois no cento e doze. Mas só olhando dá para ver quando é maior?</i>	- Olha aqui (apontou o 1 na centena do 112).
- <i>E como chama esse número?</i>	- Centena.
- <i>Pela centena dá para ver?</i>	- Dá. E contando também.
- <i>E olhando, onde dá para ver?</i>	- Nesse (apontou a centena).
- <i>Como chama esse número que fica aí nesse lugar?</i>	- Centena.

O critério de quantidade de algarismos e magnitude de um número “é um critério elaborado fundamentalmente a partir da relação com a numeração escrita e de maneira relativamente independente da manipulação da sequência do nome dos números” (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 79), isso explica o fato de os alunos da Escola 1, mesmo não sabendo ler a quantidade apresentada, saberem diferenciar entre o maior e o menor, o que constitui um passo importante para a compreensão da numeração escrita.

Embora tenhamos usado numerais mais altos em nossa pesquisa, maiores dos que foram utilizados por Lerner e Sadovsky (1996), os resultados mostram que o critério de comparação de quantidades para justificar que um número é maior que o outro foi utilizado pelos alunos de nossa pesquisa (100%) tanto por parte das que conheciam números (87 alunos), como também pelas que não os conheciam (5 alunos). Esses resultados reproduzem os obtidos por Lerner e Sadovsky (1996) no que se refere ao critério que explica a vinculação existente entre a quantidade de algarismos e a magnitude do número.

Os alunos M.V.E1 e A.E1 são exemplos de alunos que demonstraram dúvidas ao lerem os números solicitados e apresentarem uma estratégia que foi mencionada por Nunes e Bryant (1997) ao imaginarem os números como uma continuidade semelhante a uma reta ao afirmarem: “Porque pra chegar até esse aqui (112) tem muito número”.(M.V. E1) ou “Porque a gente sempre **fala oitenta e nove depois vem o cento e doze.**” (A.E1)

4.2 Valor Posicional

Outro componente do SND por nós avaliado durante as entrevistas foi verificar qual a compreensão que os alunos possuíam sobre influência do valor posicional dos algarismos na representação da quantidade desejada. No sistema de numeração decimal isto significa que o lugar ocupado por um algarismo em um número é determinante de seu valor. Na Escola 1 82% (45) dos alunos conseguiram argumentar a favor deste critério, enquanto 18% (11) não tiveram argumentos para justificar suas respostas. Os exemplos de C. E1 e de L. E1 ilustram o argumento utilizado pelos alunos:

<p>Entrevistador</p> <p>- <i>Faz o trinta e dois. (O número vinte e três já havia sido feito)</i></p> <p>- <i>Qual dos dois é maior o trinta e dois ou o vinte e três?</i></p> <p>- <i>Como que você sabe, se os dois tem o algarismo 2 e os dois tem o 3?</i></p>	<p>Aluno C. E1</p> <p>- Trinta e dois.</p> <p>- Porque quando o dois vem primeiro ele é vinte e quando o três vem primeiro é trinta. Trinta é maior que vinte.</p>
<p>Entrevistador</p> <p>- <i>Que número é esse (25)?</i></p> <p>- <i>E esse (31).</i></p> <p>- <i>Qual dos dois é maior, vinte e cinco ou trinta e um?</i></p> <p>- <i>Por que ele (25) é maior que o trinta e um?</i></p> <p>- <i>O vinte e cinco também é da dezena e da unidade. Por que ele (31) é maior que o vinte e cinco?</i></p> <p>[...]</p> <p>- <i>Eu fui numa escola e a menina disse que o vinte e cinco era maior porque a unidade (5) do vinte e cinco era maior que a unidade (1) do 31. Ela estava certa?</i></p>	<p>L. E1</p> <p>- Vinte e cinco.</p> <p>- Trinta e um.</p> <p>- Vinte e cinco.</p> <p>- Não, é o trinta e um. Porque ele é da dezena e da unidade.</p> <p>- O três é maior que o dois.</p> <p>- Não, por que o vinte e cinco é menos que o trinta. Vem o vinte e depois o trinta.</p>

Os alunos, dos quais apresentamos parte das entrevistas, mostram acreditar que o valor que um algarismo representa depende do lugar em que está localizado com relação aos outros que compõem o número, apesar de poderem ser compostos pelos mesmos algarismos, por exemplo, 23 e 32 ou 23 e 31. A apresentação dos números foi feita com o objetivo de desequilibrar o conhecimento que demonstravam conhecer para ter a confirmação de que era

uma aprendizagem consolidada. Um exemplo de resposta que está se encaminhando para este tipo de conduta pode ser observada neste recorte da entrevista com L. E1. Este aluno havia afirmado que o número 25 era maior que 31, após a contra-argumentação da pesquisadora repensou e reassumiu sua afirmação de que 31 era o maior dos dois. Este tipo de conduta pode ser interpretado como uma transição para a consolidação deste critério de reconhecimento de quantidades:

Entrevistador

L. E1

- *Por que ele (25) é maior que o trinta e um?*

- Não, é o trinta e um. Porque ele é da **dezena e da unidade.**

- *O vinte e cinco também é da dezena e da unidade. Por que ele (31) é maior que o vinte e cinco?*

- **O três é maior que o dois.**

A partir da análise dos dados constatamos que diante de contra-argumentação da entrevistadora 41 (73%) do total de 56 alunos da Escola 1 (pior desempenho na Prova Brasil) mantiveram sua opinião inalterada. Os resultados sugerem que esses 41 alunos já têm construído e estabilizado como conhecimento matemático esse critério de reconhecimento de quantidades, pois mesmo diante de contra-argumentação suas opiniões se mantiveram. Os 15 alunos restantes (27%), ao contrário, se colocaram em dúvida após a intervenção da pesquisadora.

O recorte da entrevista, a seguir, ilustra a mudança de opinião do aluno G. E1, da Escola 1, na qual após a seguinte intervenção da pesquisadora retomando os numerais 16 e 25: “Numa escola que eu fui o menino disse que o 16 era maior que o 25 por causa do 6 da unidade de 26”, modificou seu posicionamento, demonstrando ainda estar em processo de construção deste critério de reconhecimento de quantidades.

Entrevistador

G. E1

- *Que número é esse (25)?*

- Vinte e cinco.

- *E esse (16)?*

- Dezesesseis.

- *Qual é maior?*

- **Vinte e cinco.**

- *Vinte e cinco é maior que dezesseis?*

- É.

- *Numa escola que eu fui o menino disse que o dezesseis era maior que o vinte e cinco por causa do seis da unidade do dezesseis. Ele estava certo?*

- Estava.

- *O dezesseis é maior que o vinte e cinco?*

- É.

- *Então qual é maior mesmo?*

- **Dezesesseis.**

Em percentual maior que na Escola 1 (82%), 97% (35) dos alunos da Escola 2 (melhor desempenho na Prova Brasil) afirmaram considerar o valor posicional dos algarismos um fator de influência na representação de um número. O conjunto destes alunos (97%), diferentemente dos da escola 1, mantiveram suas respostas após a contra-argumentação da avaliadora, facilitando a hipótese de que apresentavam um conhecimento já construído e consolidado em seu sistema conceitual. Um único aluno da Escola 2 (3%) não argumentou para justificar sua resposta. Os recortes feitos nas entrevistas de L. M. E2 e T. E2, ambos da Escola 2, ilustram suas assertivas ao justificar suas escolhas:

Entrevistador

- *Agora faz o setenta e quatro. Qual dos dois é maior, o setenta e quatro ou o quarenta e sete?*

- *Por que?*

- *Então, não importa a unidade? O que temos que considerar é a dezena?*

L. M. E2

- Setenta e quatro.

- Porque **o número da dezena é maior** (apontou para o 74). Aqui (47) o número da unidade é maior, só que **o setenta e quatro é maior do mesmo jeito**.

- É, a unidade importa quando for fazer conta.

Entrevistador

- *Agora eu vou fazer uns números (26 e 31 foram registrados pela pesquisadora).*

Qual dos dois é o maior?

- *Uma menina na outra escola falou que o vinte e seis era maior porque o seis que está na unidade do vinte e seis é maior que o um do trinta e um. Ela estava certa?*

- *O seis é maior que o um?*

- *E o vinte e seis é maior que o trinta e um?*

- *E por que o vinte e seis não é maior que o trinta e um?*

T. E2

- **Trinta e um.**

- É.

- É.

- Não.

- **Porque o três (apontou para a dezena) é maior que o dois.**

L. M. E2 e T. E2 quiseram afirmar que em números compostos por dois algarismos, o que determina qual é o maior é a dezena. Mesmo que a unidade seja maior, como observou L. M. E2, ao realizar a comparação entre o número *quarenta e sete* e o número *setenta e quatro*, após a intervenção da pesquisadora, chamando atenção para o *sete*, que é maior que o *quatro* na unidade, **o setenta e quatro é maior do mesmo jeito**, afirmou o aluno. Esses alunos já construíram uma regra importante do Sistema de Numeração Decimal: a vinculação entre a

quantidade de algarismos ou sua posição e o valor do número, utilizando-a como critério válido de comparação de números. Estes dados vão ao encontro dos obtidos por Lerner e Sadovsky em seu estudo (1996).

Enquanto no primeiro critério investigado, todos os alunos de ambas as escolas, mesmo os que não sabiam ler os números, consideram a relação entre a quantidade de algarismos de um número e a sua magnitude; no segundo critério pesquisado, o resultado apresentado pelos alunos foi diferente. Constatamos que 18% dos alunos da Escola 1 e 1% da Escola 2, ainda não construiu o conhecimento que se refere a posição que um algarismo ocupa dentro de um número como indicativo da quantidade que ele representa.

4.3 Registro de quantidades apresentadas oralmente

Outro componente da compreensão do Sistema de Numeração Decimal que investigamos e que também foi utilizado por Nunes e Bryant (1997), foi o registro de quantidades apresentadas oralmente pela pesquisadora. A análise das respostas registradas pelos alunos da Escola 1 (56 alunos) diante de situações nas quais se fazia necessário o registro de quantidades compostas por unidades, dezenas, centenas, revelou que 75% (42) delas realizam corretamente a representação dos números até 999.

No exemplo a seguir, feito por A.S. E1, podemos observar a representação de um dos alunos que manifestaram ainda não ter atingido o construído o conhecimento necessário para o registro de números da forma convencional. Solicitamos a escrita dos números: 135, 228, 483 e 942.

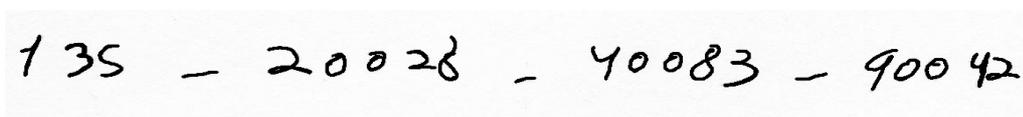
A photograph of a piece of paper with four numbers written in black ink, separated by hyphens. The numbers are 135, 20028, 40083, and 90042. The handwriting is somewhat informal and shows some irregularities in spacing and digit placement.

Figura 1 – Exemplo de representação de quantidades com três dígitos

Constatamos também que os alunos demonstravam maior facilidade no registro de números nos quais nenhuma das posições dos algarismos no número estivesse vaga, ou seja, desde que o zero não fosse um dos algarismos que compunham o número (Quadro1). Diferente de A.S. E1, H. E1, soube registrar corretamente números nos quais todas as posições – centena, dezena e unidade – eram diferentes de 0 (zero):

135 (135)¹², **228** (228), **483** (483), **942** (942)

No entanto, ao ser solicitado a escrita dos números abaixo, nos quais o 0 (zero) ocupa a posição que indica ausência de uma quantidade determinada pela dezena no 102 e no 1.501, e pela centena e unidade no 1.080, o mesmo aluno (H. E1) registrou da seguinte forma (em negrito):

122 (102), **10008** (1.080), e **100059** (1.501)

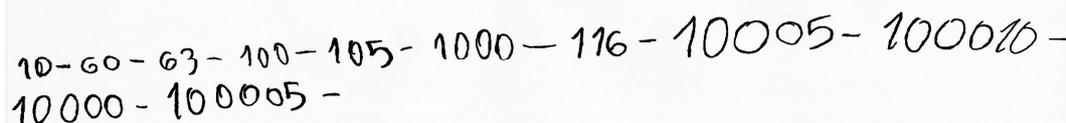
Podemos observar com esse exemplo que H. E1 demonstrou estar confuso na transcodificação¹³ de números em que 0 (zero) ocupava um dos valores posicionais. Fato que não ocorreu na representação escrita quando todos os valores posicionais eram ocupados por algarismos diferentes de 0 (zero). Esta forma de representação pode estar vinculada ao que Nunes e Bryant, 2007 e Otalóra e Orozco (2006) concluíram como não compreensão da composição aditiva do número. Esta conduta também pode ser explicada pelo que Lerner e Sadovsky (1996) constataram em sua pesquisa: a escrita numérica apoiada na forma falada do número. A primeira possibilidade parece a mais provável uma vez que a forma como os alunos registraram, diferente da escrita convencional, aconteceu na presença do 0, sugerindo que para estes alunos não está clara a composição de conjuntos e subconjuntos quando as quantidades implicam posições vazias, sejam centenas, dezenas e unidades. Este é o caso do número 102 em que o 0 significa a posição vazia na dezena, pois a centena representa 10 conjuntos de 10 elementos sem que nenhuma dezena fique sobrando.

Na escrita de dezenas, centenas ou unidades de milhar inteiras ou exatas, o percentual de 75% (42) dos alunos da Escola 1 registraram os números ditados da forma convencional. Entretanto, o registro de números compostos por centenas e unidade de milhar, acompanhados por unidades, dezenas e/ou centenas, apresentou um baixo índice de acertos. A diferença entre as duas solicitações estava no fato de que as quantidades inteiras (10, 100, 300, 1000, 2000, por exemplo) são consideradas mais fáceis de serem representadas, enquanto que as

¹² Os números em negrito referem-se às produções das crianças para as solicitações que aparecem entre parênteses solicitadas verbalmente pela entrevistadora.

¹³ Transcodificação é definida por Agranionih (2008) como passagem da linguagem oral para a escrita. Neste caso, refere-se à escrita de números que foram ouvidos pelos alunos investigados. Por serem as quantidades numéricas compostas, em sua forma representacional, por dígitos e regras de composição, o processo de registro do número reflete o raciocínio que o indivíduo utiliza na representação.

quantidades compostas por números que não terminem com zero(s) são consideradas mais difíceis, conforme as conclusões de Otálora e Orozco, 2006; Nunes e Bryant, 1997 e Lerner e Sadovsky, 1996. Assim, somente 23% (13) dos alunos da Escola 1 obtiveram êxito. Este é o caso do registro de AG E1.



10-60-63-100-105-1000-116-10005-100010-
10000-100005-

Figura 2 – Registro de números. AG E1

AG E1 diante do ditado dos números: 10, 60, 63, 100, 105, 1000, 1016, 1005, 1010, 10000 e 10005 registrou adequadamente os números compostos por três dígitos, assim como registrou adequadamente os números 10, 100, 1.000 e 10.000, assim como também registrou adequadamente os números 10, 100, 1.000 e 10.000, como vemos na figura 2. Porém, em números com quatro dígitos, no qual um ou mais deles eram 0 (zero) o aluno fez o registro segundo sua hipótese.

Outros exemplos são dos alunos W. E1 e N. E1 cujos dados sugerem ainda estar em fase de construção do SND. Esta hipótese é confirmada por suas dúvidas nos registros de números compostos por quatro dígitos. Na dúvida diante da proposta de escrita, o segundo aluno (N. E1), ao registrar o número 1.012, fez duas tentativas, porém não conseguiu ainda realizar a escrita convencional:

100060 (1.070), **100009** (1.009), **21000010** (2.010) – W. E1

20311 (2.311), **1002** – **10012** (1.012), **10011** (111) - N. E1

Diferentemente do desempenho da Escola 1 (pior desempenho na Prova Brasil) (23%), os alunos da Escola 2 (melhor desempenho na Prova Brasil), na mesma proposta, obtiveram 86% de acerto, ou seja, 31 alunos fizeram o registro de números de forma convencional.

A solicitação da escrita dos números 10, 100 e 1.000 foi realizada corretamente por 75% (42) dos alunos da Escola 1 (pior desempenho na Prova Brasil) correspondem a 92% (33) dos alunos que obtiveram êxito nesta questão na Escola 2 (melhor desempenho na Prova Brasil). Os demais alunos da Escola 1, 25% (14), portanto, um quarto do total dos

entrevistados não fizeram o registro dos números adequadamente, enquanto na Escola 2, apenas 8% dos estudantes não o fizeram. Como mostra o registro de E. V. E1, ao ser-lhe solicitada a representação das quantidades 10, 18, 100, 153, 1022, 1013 e 1000, procedeu da seguinte forma:

A photograph of a piece of paper with handwritten numbers in black ink. The numbers are written in a simple, somewhat irregular cursive style. They are: 10 - 18 - 100 - 153 - 122 - 113 - 1000 - . There are small dashes between the numbers, and a larger dash at the end of the last number.

Figura 3 – Registro de números compostos por 0 (zero)

Na Escola 2 (melhor desempenho na Prova Brasil) o registro de números compostos por centena, dezena e unidade, com algarismos diferentes de zero (228, 483, 942) foi feito corretamente por 97% (35) dos alunos. Apenas uma aluna (3%) não registrou corretamente apresentando a seguinte conduta:

208 (228), **403** (483), **902** (942). A., E2

Nesta mesma escola (Escola 2), ao serem solicitados a realizarem o registro de dezenas, centenas ou unidades de milhar inteiras, como por exemplo os números 1.005 e 1.100, 83% (30) dos alunos o fizeram de forma correta. Um aluno se recusou a registrar, argumentando não saber fazê-lo e 11% (4) alunos manifestaram não dominar o registro formal, como o exemplo de V. E2 e T. E2:

101000 (1.100) – V. E2

10005 (1.005)**10001000** (1.100) – T. E2

No quadro a seguir (Quadro 2): vemos o percentual de alunos das Escolas 1 e 2 em relação ao acerto nos registros de números solicitados pela pesquisadora, conforme mostra o resumo nele apresentado:

Escola	Tipo de Número ¹⁴			
	NNN	N0, N00 e N000	N0N0 ou NN00 ou N00N	NNNN
1	75%	75%	23%	75%
2	97%	92%	86%	83%

Quadro 2: Desempenho de alunos conforme o tipo de número

A maior dificuldade apresentada pelos alunos da Escola1 (pior desempenho na Prova Brasil) foi observada no registro de quantidades onde o 0 (zero) esteve presente (23%): N0N0, NN00 e N00N. Os demais tipos de números apresentaram a mesma frequência de acertos:75%.

Entre os alunos da escola 2 (melhor desempenho na Prova Brasil), os números de tipo N0N0, NN00 e N00N apresentaram um percentual de acerto menor (86%) que os referentes aos tipos de números NNN e N0, N00, N000, 97% e 92%, respectivamente. Contudo, o menor índice de correção dos alunos da Escola 2 (83%) referiu-se aos números de tipo NNNN compostos por unidade de milhar, centena, dezena e unidade diferentes de 0 (zero). Estes dados confirmam, em parte, os resultados obtidos em estudos anteriores (OTALÓRA e OROZCO, 2007; NUNES e BRYANT, 1997; LERNER e SADOVSKY, 1996) nos quais a escrita de números inteiros apresenta maior facilidade por parte dos alunos.

Este foi o caso das duas escolas (pior e melhor desempenho na Prova Brasil) em que os alunos apresentaram melhor resultado na escrita de números sem 0 (zero) em sua composição, desde que não envolvam unidade de milhar. É importante observar que o maior índice de acertos da Escola 1 (75%) refere-se não somente aos números inteiros, como também aos números com ou sem unidade de milhar desde que sem 0 (zero).

Os dados sugerem que a maior dificuldade dos alunos da Escola 1 refere-se à escrita de números compostos por unidades de milhar, seguida de centenas, dezenas e unidades, mais especificamente naquelas em que o 0 (zero) ocupa uma posição.

Os alunos da Escola 2 (melhor desempenho na Prova Brasil) manifestaram maior dificuldade na escrita de números formados por unidades de milhar, seguida de centenas, dezenas e unidades, nos quais o 0 (zero) não está presente (83%), em segundo lugar situa-se a escrita destes mesmo tipo de números, mas compostos por 0 (zero) e não inteiros.

¹⁴ Utilizamos a letra N para representar qualquer número diferente de 0 (zero) e o próprio 0 (zero) para demonstrar sua posição no algarismo apresentado ao aluno.

Salientamos, entretanto, que os piores desempenhos (86% e 83%) manifestados pela Escola 2 são superiores aos melhores desempenhos da Escola 1 (75%).

Os resultados apresentados pelos alunos da 3.^a série, tanto da Escola 1 como da Escola 2, no registro de quantidades sugeridas na forma de ditado pela pesquisadora pode ser considerado um indicativo de que nesta série os alunos ainda estão em fase de construção da escrita numérica, conforme os dados apresentados no **Quadro 2**. Os dados facilitam a hipótese de que os alunos se apóiam na forma falada para realizar o registro dos números.

Embora em faixa etária diferente do grupo que foi pesquisado pelas autoras, variando entre 5 e 8 anos, enquanto que a idade dos alunos de nossa investigação variou entre 8 e 10 anos, tais resultados são similares aos encontrados por Lerner e Sadovsky (1996), nos quais fica evidente que:

[...] crianças que escrevem convencionalmente qualquer número de dois ou três algarismos apelam à correspondência que existe com a forma oral quando trata-se de escrever milhares: escrevem – por exemplo – 135, 483, 942 em forma convencional, porém representam mil e vinte e cinco como 1000025 e mil trezentos e trinta e dois como 100030032 ou 1000332 (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 96).

Além dessas evidências, consideramos que a cópia correta de números parece não ser uma garantia de que o número tenha sido compreendido pelo aluno. O caso do aluno W.R. E1 ilustra essa afirmação. Em geral, todos os dias os professores tem como parte de sua rotina diária, escrever no quadro negro o nome da cidade e a data. Assim, o número 2010, deveria fazer parte do repertório de números conhecidos dos alunos, porém, este aluno, entre outros, registrou da seguinte forma ao ser ditado esse número:

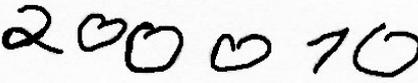


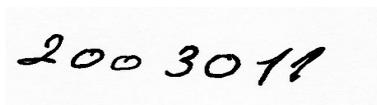
Figura 4 – Escrita do número 2.010

Em pesquisa mais recente (OROZCO, GUERRERO e OTÁLORA, 2007), analisaram as representações de números ditados para as crianças diferenciando-as em três categorias, conforme o entendimento do aluno. Em nossa pesquisa constatamos indícios de que os alunos de 3.^a série ainda não dominam o SND, pois encontramos os três tipos de representação citados pelos autores, como os exemplos a seguir.

Sintaxe do número ditado	Fragmentação do número ditado - Aluno	Erro	Classificação do Erro
Mil e cinco	Mil / cinco – AG E1	10005	Justaposição
Mil e trezentos	Mil / trezentos – H E1	1000300	Justaposição
Dois mil, trezentos e onze	Dois mil / trezentos e onze – K E1	20311	Compactação
Mil e doze	Mil / doze – J E	10012	Compactação
Mil e quarenta e três	Mil / quarenta e três – G E1	143	Concatenação
Cento e dois	Cem / dois - G E1	12	Concatenação

Quadro 3: Hipóteses de representação de números

A compactação de números, outro tipo de procedimento de registro descrito pelos autores, pode ser também ilustrada com o exemplo abaixo, na escrita de dois mil, trezentos e onze, feita por A.K. E1:



The image shows the handwritten number '2003011' in black ink on a light background. The digits are written in a cursive, slightly slanted style. The first three digits '200' are grouped together, followed by '3011', which represents the compacted form of 'dois mil, trezentos e onze'.

Figura 5 – Exemplo de compactação

4.4 Comparação de quantidades apresentadas oralmente

Durante as entrevistas, outra proposta feita aos alunos foi a comparação de quantidades oralmente apresentadas. Esta atividade, também proposta por Lerner e Sadovsky (1996), teve como objetivo verificar como se dá o julgamento dos alunos diante de duas opções de números: quantidades menores com mais algarismos na forma falada; e quantidades maiores com menos algarismos na forma falada.

Em um primeiro momento, os alunos tiveram que indicar a que julgassem ser a maior quantidade entre dois números, ambos com três algarismos, um deles formado por centenas, sem dezenas e sem unidades e outro um número inteiro: *setecentos e quarenta e um* e *oitocentos*. Nesta atividade, 79% (44) dos alunos da Escola 1 (pior desempenho na Prova Brasil) apontaram corretamente o maior número, embora nem todos tenham manifestado a justificativa de sua opção, como é o caso de B. E1:

Entrevistador	B. E1
- <i>Qual é maior oitocentos ou setecentos e quarenta e um?</i>	- Oitocentos.
- <i>Você sabe falar porque que o oitocentos é maior?</i>	- Porque ele contem mais números que o setecentos e um (741).
- <i>E o quatro mil cento e trinta e cinco e o cinco mil. Qual é maior?</i>	- Quatrocentos mil, cento e trinta (referindo-se ao 4.135).
- <i>O quatro mil cento e trinta e cinco é maior que o cinco mil?</i>	- Não, ele é menor que o cinco mil.
- <i>E como você pensou isso?</i>	- Porque o cinco mil é maior que o outro (4.135).

Na Escola 2 (melhor desempenho na Prova Brasil), 89% (28) dos alunos escolheram a opção correta. Quando foram apresentados números de quatro algarismos: um deles possuía três zeros e o outro nenhum zero. Neste caso, a Escola 1, apresentou 71% (40) de acertos e a Escola 2, 83% (30). Os exemplos a seguir ilustram os casos em que o aluno (G. E1) pareceu não ter certeza de sua resposta ao serem apresentados os dois números formados por centenas e mudou de idéia durante a entrevista. O mesmo aluno (G. E1) ao serem-lhe apresentados os números formados por unidades de milhar, demonstrou fazer seu julgamento baseado em características da forma oral do número.

Entrevistador	G. E1
- <i>Agora só para pensar e responder, não precisa escrever. Qual é maior oitocentos ou setecentos e quarenta e um?</i>	- Oitocentos.
- <i>Você sabe falar por que o oitocentos é maior?</i>	- Porque tem mais número.
- <i>Oitocentos tem mais número que setecentos e quarenta e um?</i>	- Não setecentos e trinta e um é maior.
- <i>E o quatro mil cento e trinta e cinco e o cinco mil. Qual é maior?</i>	- Quatro mil cento e trinta e cinco.
- <i>Por que quatro mil cento e trinta e cinco é maior?</i>	- Porque tem mais número e é maior.

Nos recortes da entrevista a seguir (E. E2) apresentamos o caso no qual houve acerto no número formado por centenas e não houve acerto no número formado por unidade de milhar. O aluno argumentou corretamente ao analisar as centenas apresentadas, porém o mesmo não aconteceu no julgamento das quantidades compostas por unidades de milhar.

Entrevistador

- Agora você vai falar, só prestando atenção no número que eu vou falar: oitocentos e setecentos e cinquenta. Qual dos dois é o maior?

...

- E os números quatro mil cento e trinta e cinco e o cinco mil, qual é o maior? Por que?

- E o quatro mil cento e trinta e cinco, como é?

- Você ainda não aprendeu?

E. E2

- Oitocentos. Porque o oito é maior que o sete. E o sete é maior que o seis.

...

- **Quatro mil cento e trinta e cinco tem mais números.** Cinco mil só é assim.

- Eu ainda não sei fazer direito.

- É eu ainda estou na 3^a. série.

Outro exemplo é o que apresentou L. E2 ao justificar sua escolha tendo por referência a composição de números, também se prendendo na quantidade de palavras apresentadas, justificando que a magnitude do número está relacionada também ao número de palavras que o compõe.

Entrevistador

- Agora só para pensar e responder, não precisa escrever. Qual é maior oitocentos ou setecentos e quarenta e cinco?

- Por que?

- Cinco mil ou quatro mil cento e trinta e cinco?

L. E2

- Setecentos e quarenta e cinco.

- Porque no oitocentos não tem unidade e dezena.

- Quatro mil cento e trinta e cinco, porque **ele tem unidade dezena e centena.** O cinco mil só **tem unidade de milhar.**

O quadro a seguir resume os desempenhos dos alunos entrevistados nesta pesquisa:

	Comparação entre NNN ¹⁵ e N00	Comparação entre NNNN e N000
Escola 1	79%	71%
Escola 2	89%	83%

Quadro 4: Resumo de desempenho dos alunos

O desempenho dos alunos indica que conseguem realizar a comparação quando os números são menores, compostos por três dígitos de forma mais apropriada de que quando os números apresentam quatro dígitos. Suas condutas fazem supor que na 3.^a série os alunos

¹⁵ Utilizamos a letra N para representar qualquer número diferente de 0 (zero) e o próprio 0 (zero) para demonstrar sua posição no algarismo apresentado ao aluno.

ainda recorrem a aspectos sintáticos para determinar entre o maior e menor de dois números apresentados como concluiu Agranionih (2008) em estudo recente com crianças menores.

4.5 Indicação de “altas” quantidades

A última atividade proposta aos alunos durante a entrevista referiu-se à solicitação da indicação de grandes quantidades: solicitou-se que pensassem em quantidades que consideravam muito altas, a maior que conhecessem. O número pensado deveria ser indicado oralmente e logo após, registrado. Nesta atividade, 70% (39) dos alunos da Escola 1 (pior desempenho na Prova Brasil) verbalizaram números abaixo de 10.000, enquanto na Escola 2 (melhor desempenho na Prova Brasil), 89% (28) dos alunos indicaram números acima de 10.000, como mostram respectivamente os exemplos a seguir:

Entrevistador	M. E1
- <i>Qual será o maior número que você conhece?</i>	- Cento e cinquenta.
- <i>Você consegue registrar?</i>	100050
<i>Entrevistador</i>	H. E2
- <i>E qual é o número que você acha que é o maior que existe?</i>	- Tem muito número.
- <i>Pensa em algum e escreve ai.</i>	- Três milhões. Eu não sei fazer.
- <i>Três milhões, você acha que é o maior que tem?</i>	- Não acho que é o maior, mas é bem alto.
- <i>Por que você acha que ele não é o maior que tem?</i>	- Porque existem números infinitos.

A quantidade considerada como muito alta esteve diretamente relacionada com o desempenho apresentado pelos alunos nas outras atividades da pesquisa. Os alunos que apresentaram melhor desempenho em outras atividades da entrevista se referiram a números superiores a dez mil; os que apresentaram desempenho inferior indicaram quantidades inferiores a dez mil.

Os resultados dos alunos nesta tarefa fazem supor que a noção de números altos ou baixos está relacionada ao seu domínio do SND: quanto maior é a compreensão de aspectos vinculados às irregularidades deste sistema, maiores são os números apontados como grandes quantidades.

Além dos dados a que nos propusemos investigar, não podemos deixar de comentar outros aspectos que observamos nas entrevistas. Deparamo-nos com situações nas quais os

alunos não se mostraram capazes de argumentar e defender seu posicionamento com relação ao que era questionado (por exemplo, A. P. E1), enquanto outras o faziam com propriedade (G. E1 e L. E2). A resposta dada por A. P. E1 pode ser explicado, de acordo com o referencial piagetiano como uma crença desencadeada. O aluno pareceu responder a partir de sua reflexão sobre o problema, extraindo a resposta de seus próprios recursos, sem sugestão da pesquisadora.

Entrevistador

- *Faz agora o quarenta e três. Qual é maior quarenta e três ou vinte e cinco?*

- *Como você sabe? Será que precisa contar ou dá para ver pelo número?*

- *E como sua mãe ensinava?*

- *E como você descobriu que o quarenta e três é maior que o vinte e cinco?*

- *Faz agora o cinqüenta e dois. Qual é maior o cinqüenta e dois ou o vinte e cinco?*

- *Por que ele é maior se os dois têm o número dois e os dois têm o número cinco?*

A. P. E1

- Quarenta e três.

- Dá para ver. Sempre quando eu era mais pequena minha mãe sempre me ensinava.

- Ela pegava esses negócios de data (apontou para um calendário) e me ensinava os números. Ela ia falando e eu ia aprendendo.

- Por que **quando a gente fala, ele sai grande.**

- Ó, cinqüenta e dois.

- Por que **quando eu falo cinqüenta e dois, na minha voz ele é grande.**

Diferente de A.P. E1, os alunos G. E1 e L. E2 pareceram responder às questões da entrevista, a partir de recursos próprios e anteriormente construídos. Mostraram-se capazes de defender seu posicionamento com argumentos claros e objetivos.

Entrevistador

- *Qual é maior oitocentos ou setecentos e cinqüenta?*

- *Por que o oitocentos é maior?*

- *E o quatro mil cento e trinta e cinco e o cinco mil. Qual é maior?*

- *Por que?*

G. E1

- Oitocentos.

- Porque **a centena dele é maior.**

- Cinco mil.

- Porque **o milhar dele é maior.**

Entrevistador

- *Quatro mil cento e trinta e cinco e o cinco mil. Qual número é maior?*

- *Por que?*

L. E2

- Cinco mil.

- Porque **cinco é maior que quatro, daí ele representa cinco mil, então ele é maior que quatro mil cento e trinta e**

cinco, apesar de quatro mil cento e trinta e cinco ter mais números.

Corroborando pesquisas anteriores feitas com crianças pequenas (AGRANIONI, 2008 e BRIZUELA, 2006), em nossa pesquisa detectamos que na 3.^a série os alunos ainda podem confundir a escrita numérica com a alfabética. Segundo Agranionih (2008), as crianças utilizam este recurso, não pelo fato de não diferenciarem os códigos próprios de cada um dos sistemas de representação, mas como forma de aproveitamento de um sistema conhecido para explicar algo ainda não tão conhecido para elas. Conforme o relato de J. V. E1, I. E1, A. E1, A. B. E1 e A. E2, isso fica evidente:

Entrevistador:	J. V. E13D
- <i>Que número é esse (112)?</i>	- Cento e doze.
- <i>E esse (89)?</i>	- Oitenta e nove.
- <i>Qual é maior cento e doze ou oitenta e nove?</i>	- Cento e doze.
- <i>Como você sabe que o cento e doze é maior?</i>	- Porque esse aqui (112) consome mais letras . Nesse daqui (112) tem centena, dezena e unidade. Esse aqui é maior.

Entrevistador:	I. E1
- <i>Eu vou pedir para você fazer uns números: oito, catorze. Qual é maior?</i>	- Catorze.
- <i>Por que ele (14) é maior?</i>	- Porque eu conto o abecedário dos números e tem mostrando o mais para trás e o mais para frente.
- <i>E o oito é mais para trás ou mais para frente?</i>	- Mais para frente.

Entrevistador	A. E1
- <i>Que número é esse (112)?</i>	- Cento e doze.
- <i>E esse (89)?</i>	- Oitenta e nove.
- <i>Qual dos dois é maior cento e doze ou oitenta e nove?</i>	- Cento e doze, é claro!
- <i>Como você sabe que o cento e doze é maior?</i>	- Porque ele tem três palavrinhas , esse aqui (89) não, ó cento e doze.

Entrevistador: A. B. E1
 - *Agora só para pensar e responder, não precisa escrever. Qual é maior oitocentos ou setecentos e quarenta e cinco?* - Setecentos e quarenta e cinco.
 - *Você sabe falar porque que o setecentos e quarenta e cinco é maior?* - Porque ele **tem mais letras**.

Entrevistador A. E2
 - *Agora eu você vai escutar e responder qual é o maior: quatrocentos ou trezentos e vinte e dois?* - Trezentos e vinte e dois.
 - *É maior? Por que você acha que é maior?* - Porque **ele tem mais frases**.

É importante ressaltar que na rede municipal da qual fazem parte essas duas escolas existe uma orientação única quanto ao ensino e trabalho com os números em cada série. Com relação ao sistema de numeração à 3.^a. série é sugerido que sejam enfocados números compostos por dezenas e unidades de milhar. Como esta informação foi levada em consideração na linha de corte para os números altos, podemos afirmar que as respostas dos alunos da Escola 1 (pior desempenho na Prova Brasil) nesta atividade não corresponderam ao esperado para a série em que se encontram; na Escola 2 (melhor desempenho na Prova Brasil) os alunos corresponderam melhor às expectativas da proposta curricular da rede municipal de ensino. Ainda assim, apesar de a Escola 2 manifestar melhor desempenho que a Escola 1 podemos afirmar que o conhecimento de seus alunos sobre o SND e sua notação encontram-se em fase de desenvolvimento, não estando ainda consolidado.

Os resultados desta pesquisa nos permitem concluir que todas as crianças entrevistadas nas duas escolas consideram o critério de quantidades de algarismos decisiva para o julgamento da magnitude de um número, tanto na Escola 1 como na Escola 2 isso foi constatado. Também concluímos que nas duas escolas o valor posicional do número ainda se constitui um conceito em desenvolvimento.

Assim como nos estudos anteriores, os alunos entrevistadas por nós, já haviam recebido instrução escolar sobre o tema investigado. Isso nos faz supor que os alunos fizeram uso de seus conhecimentos prévios para tomar decisões e fornecer explicações ao pesquisador. Talvez os alunos tenham se utilizado dos conhecimentos mais explorados em sala de aula – como os relacionados à leitura e à escrita alfabética – para explicar situações não tão exploradas como a reflexão acerca da notação de números. Esta hipótese baseia-se nas afirmações de Brizuela (2006) para quem

Tanto as convenções como as criações do indivíduo desempenham um papel na recriação do conhecimento socialmente aceito e na compreensão das convenções matemáticas. O conhecimento do sistema convencional, tal como os dados notacionais da matemática, é constituído por meio da interação entre o que o indivíduo traz para a situação (as invenções) e o que a ordem social apresenta ao aprendiz (as convenções) (BRIZUELA, 2006, p. 56).

Quanto ao valor posicional dos números, todos os alunos de ambas as escolas denotaram ter se apropriado de seu conceito, porém após a contra-argumentação da pesquisadora alguns da Escola 1 modificaram seu posicionamento fazendo-nos supor uma apropriação ainda não completa deste critério.

Por fim, consideramos que o desempenho apresentado pela Escola 1 e pela Escola 2 na notação numérica está diretamente relacionado ao domínio do SND e do valor posicional. Supomos que tais resultados também possam estar relacionados aos baixos índices desempenhos dos estudantes em avaliações escolares e institucionais.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As inquietações que nos levaram a desenvolver a pesquisa sobre quais seriam as prováveis causas das dificuldades que os alunos de nossa rede de ensino apresentam nas situações escolares em que o conhecimento matemático está presente, em parte, foram respondidas.

Ao elaborarmos o projeto desta pesquisa, tínhamos a hipótese de que o baixo desempenho em avaliações, nas quais a matemática se faz presente, estaria relacionada diretamente com a construção do Sistema de Numeração Decimal (SND). Para este estudo, o objetivo traçado foi investigar a escrita numérica do SND apresentada por alunos da 3.^a série do ensino fundamental de escolas públicas do município de Londrina. Parcialmente, confirmamos a hipótese inicial, ao analisarmos os dados coletados. Constatamos que há uma relação direta entre o conhecimento e compreensão do SND e o acerto dos alunos em atividades envolvendo números, seja analisando quantidades e apontando a maior dentre elas, seja registrando ou comparando oralmente.

Tínhamos também a hipótese de que o SND ainda estaria em fase de construção pelos alunos da 3.^a série em conformidade com resultados de estudos anteriores realizados com faixas etárias menores. Esta hipótese foi confirmada pelos dados coletados nas duas escolas da rede municipal apesar deste conteúdo ser exigido nesta série do Ensino Fundamental.

Por meio dos critérios utilizados pelos alunos para a notação numérica pudemos verificar seu conhecimento sobre o SND. A utilização do critério de escrita numérica que vincula magnitude do número e quantidade de algarismos foi observado em todos os alunos das duas escolas investigadas.

A posição dos algarismos como fator de relevância para determinação do valor do número é considerada como fundamental pela maioria (82%) dos alunos da Escola 1 (pior desempenho na Prova Brasil) e por 97% dos alunos da Escola 2 (melhor desempenho na Prova Brasil).

Os resultados do registro de números ditados aos alunos trouxeram-nos a compreensão de que a notação não se restringe ao acerto e erro, há aspectos importantes que explicam a forma como o registro é feito pelo aluno. Verificamos que o fato de registrar números é um conhecimento que está vinculado a uma construção que varia conforme o tipo de número a ser registrado e pode ter uma relação direta com a prática pedagógica da escola.

Na Escola 1 verificamos que o registro de números compostos por três algarismos, os números “inteiros” e os com quatro algarismos, desde que os números fossem diferentes de 0

(zero), os alunos apresentaram 75% de acerto. Em contrapartida, quando os números ditados eram compostos por quatro algarismos e apenas um dos valores era preenchido por 0 (zero), o índice de acertos caiu para 23%. Na Escola 2 os números compostos por quatro algarismos foram os que apresentaram maior dificuldades para serem registrados, tendo um acerto de 83%, enquanto que no registro de números de três algarismos o índice de acertos foi de 97%, nesta escola.. Estes dados nos possibilitam confirmar o que a literatura (BRIZUELA, 2006) aponta sobre a escrita do número: trata-se de uma construção que acompanha o aluno nas séries intermediárias do ensino fundamental.

A indicação de quantidades de grande magnitude foi marcante para compreendermos que o número vai sendo construído a partir da constatação de sua estrutura e regularidades. Constatamos que há uma relação direta entre a quantidade indicada e a compreensão da formação do SND. Quanto mais os alunos compreendem as irregularidades deste sistema, maiores são os números considerados como de grande magnitude.

A similaridade dos dados encontrados em nossa pesquisa e em estudos anteriores realizados com faixa etária menor sugere que o processo de construção da notação numérica e do SND independe da idade e até da série escolar em que o aluno está situado. Uma vez que, conforme a grade curricular, este conteúdo foi ensinado em séries anteriores, os alunos das duas escolas investigadas demonstraram conhecimentos correspondentes aos de menor idade investigados anteriormente em outros estudos. Portanto, com atraso em relação à série que estão cursando tanto na escola com pior desempenho na Prova Brasil como naquela com o melhor desempenho nesta avaliação institucional.

Os dados de nossa pesquisa fazem supor a necessidade de longo um trajeto a ser percorrido pelos alunos de 3^a. série para a apropriação do Sistema de Numeração Decimal. Realizada em duas escolas que, embora fizessem parte da mesma rede de ensino, possuíam contextos sociais e educacionais diferentes (periférico e central), pudemos confirmar o que a literatura e pesquisas anteriores vêm afirmando sobre a aprendizagem do SND e do valor posicional: ainda é possível encontrar alunos maiores (de 3.^a série) que se apóiam nos mesmos critérios que as crianças pequenas.

Embora na 3.^a série os alunos investigados evidenciam ter construído a notação correta de números compostos por três dígitos, este conhecimento parece não ter ainda se generalizado para a compreensão de algarismos formados por quatro ou mais dígitos. Os dados facilitam a hipótese de que os alunos ainda não apresentam reversibilidade operatória de pensamento nesta área de conhecimento.

Nossos resultados também confirmam conclusões de estudos anteriores sobre a

sequência escolhida pelas escolas para o ensino de números: nem sempre a ordem do ensino de números é a que os alunos apresentam melhores condições de aprender. Este é o caso de números cuja composição contém 0 (zero). Os números considerados “inteiros”, como 10, 100 e 1000 pareceram mais fáceis de compreendidos e registrados pelos alunos investigados.

Conforme já mencionamos, abandonamos temporariamente o estudo de uma provável relação entre o desempenho de alunos quanto ao SND e seu desempenho na Prova Brasil. Contudo, a partir dos dados coletados consideramos que um estudo desta ordem ainda seja válido. Isto nos permitiria compreender melhor os resultados desta avaliação em confronto com o conhecimento de números por parte dos alunos de nosso sistema educacional.

Levando-se em conta os aportes teóricos e os resultados das pesquisas citadas neste estudo, consideramos que os professores que atuam na série em que foi realizada a pesquisa – 3ª. série – podem favorecer a aprendizagem do SND e sua notação numérica ao conhecerem com propriedade o conteúdo, as pesquisas realizadas sobre o tema, tanto as que se referem aos processos de construção dos conceitos como as referentes às propostas de ensino que possam beneficiar seus alunos.

Nossa pesquisa fundamenta-se em referenciais teóricos e metodológicos que pressupõem a construção do conhecimento por parte dos indivíduos, especificamente de que o domínio progressivo das notações desempenha um papel importante na compreensão do Sistema de Numeração Decimal (SND). Pressupomos que a compreensão desta construção pela escola se faz necessário para que o SND seja construído pelo aluno, adequadamente utilizado e reduzidas as lacunas na aprendizagem de conteúdos de matemática provenientes do conhecimento deste processo pelo aluno.

Fazemos nossas as palavras de Brandt, Camargo e Rosso (2009) quando afirmam que o conhecimento do sistema de numeração decimal (SND) e do valor posicional (VP) é um construto social que também precisa ser encarado pela escola como um conhecimento lógico-matemático. Isso exige a ressignificação do próprio conceito de número por parte dos professores. Para que isso aconteça e para que haja uma reorganização do ensino, consideramos que paralelamente à preocupação dos docentes com o processo de ensino faz-se necessário compreender como seus alunos pensam e aprendem.

REFERÊNCIAS

AGRANIONI, Neila T. **Escrita numérica de milhares e valor posicional**: concepções iniciais dos alunos de 2ª. série. 2008. Tese (Doutorado)-Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

BASTOS, José A. Discalculia: transtorno específico da habilidade em matemática. In: ROTTA, Newra T. et. al. **Transtornos de aprendizagem**: abordagem neurobiológica e multidisciplinar. Porto Alegre: Artmed, 2006. cap. 14, p. 196-206.

BATISTA, Cleide V. M.; BARRETO, Déborah C. M. Apressamento cognitivo infantil: possíveis conseqüências. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 9.; EDUCERE - ENCONTRO SUL BRASILEIRO DE PSICOPEDAGOGIA, 3., 2009., Curitiba. **Anais ...**, Curitiba: PUC, 2009. p. 9843 – 9853.

BARRETO, Déborah C. M. Dificuldades em matemática: um problema a ser resolvido. **Psicopedagogia on line**. 18 abr., 2009a. <<http://www.psicopedagogia.com.br/artigos/artigo>>. Acesso em: 27 fev. 2011.

BARRETO, Déborah C. M. Para os professores gostarem de matemática: relato de uma experiência. In: COLE, 17., 2009., Campinas. **Anais ...**, Campinas: Unicamp, 2009b. Disponível em: <www.alb.com.br/arquivomorto/edicoes_antiores/anais17/.../COLE_980.pdf>. Acesso em: 1 mar. 2011.

BARRETO, Déborah C. M. E a notação numérica como está? In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 9., EDUCERE - ENCONTRO SUL BRASILEIRO DE PSICOPEDAGOGIA, 3., 2009, Curitiba. **Anais ...**, Curitiba: PUC, 2009c. p. 7537 – 7549.

BECKER, Fernanda R. Avaliação Educacional em Larga Escala: a experiência brasileira. **Revista Iberoamericana de Educación**, Madrid, n. 53/1, maio/ago., 2010. Disponível em: <<http://www.rieoei.org/deloslectores/3684Becker.pdf>>. Acesso em: 1 mar. 2011.

BONAMINO, Alicia; BESSA, Nícia, O estado da avaliação” nos estados. In: BONAMINO, Alicia; BESSA, Nícia; FRANCO, Creso. **Avaliação da Educação Básica**. Rio de Janeiro: Ed. PUC-Rio; São Paulo: Loyola, 2004. cap.3, p. 65-68.

BRANDT, Célia F.; CAMARGO, Joseli A.; ROSSO, Ademir J. Sistema de numeração decimal: operatividade discente e implicações para o trabalho docente. **ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp**, Campinas, v.12, n. 22, jul./dez., 2004. p. 89-124.

BRASIL. Ministério da Educação. **IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica**. Disponível em: <<http://sistemasideb.inep.gov.br/resultado/>>. Acesso em: 5 dez., 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, DF: 1997. v.3.

BRITO, Márcia R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, Márcia R. F. (Org.) **Solução de problemas e a prática escolar**. Campinas: Alinea, 2006. cap.1, p.13-53.

BRIZUELA, Barbara M. **Desenvolvimento matemático na criança: explorando notações**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

CALDAS, Graça. Mídia, escola e leitura crítica do mundo. **Educação e sociedade**, Campinas, v. 27, n. 94, p. 117-130, jan./abr. 2006. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/es/v27n94/a06v27n94.pdf>>. Acesso em: 29 mar., 2011.

CALSA, Geiva C. **Intervenção psicopedagógica e problemas aritméticos no ensino fundamental**. 2002. 285 f. Tese (Doutorado)- Programa de Pós-Graduação em Educação, Unicamp, Campinas, 2002.

CARREHER, Terezinha N. **O método clínico: usando os exames de Piaget**. Petrópolis: Vozes, 1983.

CARREHER, Terezinha N.; CARREHER, David; SCHLIEMANN, Ana L. **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo: Cortez, 1988.

CARVALHO, Luiz M. Governando a educação pelo espelho do perito: uma análise do PISA como instrumento de regulação. **Educação e Sociedade**, Campinas, v.30, n.109, set./dez. p. 1009-1036, 2009.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Pesquisa e educação**. São Paulo, v.31, n.1, p. 99-120, jan./abr. 2005.

DORNELES, Beatriz V. **Escrita e número: relações iniciais**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

FERREIRO, Emilia; TEBEROSKY, Ana. **Psicogênese da língua escrita**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1986.

FIorentini, Dario Desenvolvimento profissional e comunidades investigativas. In: CUNHA, Ana Maria de O. et al. **Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. p. 570-590.

FLAVELL, John H. **A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget**. 5. ed. São Paulo: Pioneira, 1996.

FONSECA, Maria C. F. (Org.) **Letramento no Brasil: Habilidades matemáticas**. São Paulo: Global Editora, 2004.

FREITAS, Marcia B. A. **Problemas de adição e subtração: solução em diferentes circunstâncias**. 2006. Dissertação (Mestrado)-UFPR, Curitiba, 2005.

GARNICA, Antonio V. M. Presentificando ausências: a formação e atuação dos professores de matemática. In: CUNHA, Ana Maria de O. et al. **Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. p. 555-569.

GOMES, Maria Laura M. Dimensões históricas na formação de professores que ensinam matemática. In: CUNHA, Ana Maria de O. et al. **Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. p.537-554

GUIMARÃES, Anilda P. S. **Aprendendo e ensinando o sistema de numeração decimal: uma contribuição à prática pedagógica**. 2005. Dissertação (Mestrado)-Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2005.

INDICADOR de analfabetismo funcional: principais resultados – INAF Brasil – 2009. Disponível em: http://www.ipm.org.br/download/inaf_brasil2009_relatorio_divulgacao_final.pdf. Acesso em: 1 maio 2010.

INEP. **História da Prova Brasil**. Disponível em: http://provabrasil.inep.gov.br/index.php?option=com_content&task=view&id=15&Itemid=14. Acesso em: 5 dez., 2009.

KAMII, Constance. **Aritmética: novas perspectivas implicações da teoria de Piaget**. Campina: Papyrus, 1992.

KAMII, Constance; DECLARK, Georgia. **Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget**. 15. ed. Campinas: Papyrus, 2000.

LERNER, Délia; SADOVSKY, Patrícia. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma. **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. cap. 5, p.73-155.

LÜDKE, Menga e ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, Nilson J. **Matemática e Realidade**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1989.

MONTENEGRO, Jacques; MAURICE-NAVILLE, Danielle. **Piaget ou a inteligência em evolução**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

MORO, Maria Lúcia Faria. Notações da Matemática Infantil: igualar e repartir grandezas na origem das estruturas multiplicativas. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, Porto Alegre, v. 17, n. 2, p. 251-266, 2004

MORO, Maria Lúcia Faria; SOARES, Maria Tereza Carneiro (Org.). **Desenhos, palavras e números**: as marcas da matemática na escola. Curitiba: Ed. Da UFPR, 2005.

NOGUEIRA, Clélia M. I.; BARBOSA, Magda. R. F. As crianças, os números do cotidiano e os números da escola. **Investigações no ensino de ciências**, Porto Alegre, v.13, n. 2., p.129-142, 2008.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

ORGANIZACIÓN PARA LA COOPERACIÓN Y EL DESENVOLVIMIENTO ECONÓMICO PROGRAMA PARA LA EVALUACIÓN INTERNACIONAL DE ALUMNOS. Informe PISA 2006: Competências Científicas para el Mundo de Mañana. Disponível em: < <http://ccbb.educarex.es/mod/resource/view.php?id=54> > Acesso em: 22 fev. 2010.

OROZCO, Mariela H. Os erros sintáticos das crianças ao aprender a escrita dos numerais. In: MORO, Maria Lúcia Faria; SOARES, Maria Tereza Carneiro (Org.). **Desenhos, palavras e números**: as marcas da matemática na escola. Curitiba: Ed. Da UFPR, 2005. p. 77-105.

OROZCO, Mariela H.; GUERRERO, Diego F.; OTÁLORA, Yenni. Los errores sintáticos al escribir numerales em rango superior. **Infancia y aprendizaje**, Salamanca, v.30, n. 2, p.147-162, 2007.

ORRANTIA, J. Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva **Revista de Psicopedagogia**, São Paulo, v. 23, n. 71, 158-80, 2006.

OTÁLORA, Yenni; OROZCO, Mariela. Por que 7345 se lee “setenta y três quarenta y cinco”? **Revista latinoamericana de investigacion em matematica educativa**, Colonia San Pedro Zacatenco, v. 9, n.3, p. 407-433, nov. 2006.

PARANÁ, Secretaria de Educação do Estado do Paraná. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica de Matemática**. Curitiba: SEED, 2008.

PIAGET, Jean. **A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação**. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975(a).

_____. **A gênese do número na criança**. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975(b).

_____. **A representação do mundo na criança**. Rio de Janeiro: Record, [1975?]

_____. **Epistemologia genética e pesquisa psicológica**. Rio de Janeiro: Freitas Bastos, 1974.

PIRES, Célia M. C. **Educação matemática e sua influência no processo de organização do desenvolvimento curricular no Brasil**. Disponível em: <http://www3.fe.usp.br/secoes/ebook/mat_pol/index.htm>. Acesso em: 17 nov. 2010.

PLACHA, Kelly C. **A solução de problemas de produto de medidas de crianças de 3ª série do ensino fundamental e a intervenção do professor**. 2006. Dissertação (Mestrado)-Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

SANTALÓ, Luiz A. Matemática para não-matemáticos. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma. **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. cap.1, p.11-25.

SINCLAIR, Anne. A notação numérica na criança. In: SINCLAIR, Hermine (Org.) **A produção de notação na criança: linguagem, números ritmos e melodias**. São Paulo: Cortez, 1990. cap. 1, p. 71-96.

SIGNORINI, Marcela B. **Crianças, algarismos e sistemas de numeração decimal**. 2007. Dissertação (Mestrado)-UEM, Maringá, 2007.

SPINILLO, Alina G. O sentido do número e sua importância na educação matemática. In: BRITO, Márcia R. F. (Org.) **Solução de problemas e a prática escolar**. Campinas: Alinea, 2006. cap.3, p.83-111.

STAREPRAVO, Ana Ruth; MORO, Maria Lucia F. As crianças e suas notações na solução de problemas de multiplicação. In: _____. (Orgs.). **Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola**. Curitiba: Ed. Da UFPR, 2005. p.107-142.

STEEN, Lynn A. A problemática da literacia quantitativa. **Educação matemática**. n. 69, p. 69-88, set./out., 2002.

TEDESCO, Juan C. **O novo pacto educativo: educação, competitividade e cidadania na sociedade moderna**. São Paulo: Ática, 1998.

TEIXEIRA, Leny R. M. Interpretação da escrita numérica. In: BRITO, Márcia R. F. (Org.) **Solução de problemas e a prática escolar**. Campinas: Alinea, 2006. p.113-134.

TEIXEIRA, Leny R. M. et al. As representações simbólicas e os significados construídos por alunos do ensino fundamental sobre a escrita numérica. **Revista Nuances**, Presidente Prudente, v.6, n. 6, p. 143-155, 2000.

TERIGI, Flávia; WOLMAN, Susana. Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza. **Revista Iberoamericana de Educación**, Madrid, n. 43, p. 59-83, 2007.

VERGNAUD, Gerard. **A criança, a matemática e a realidade**. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

VERGNAUD, Gerard. A teoria dos campos conceptuais. In: BRUN, Jean. **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget/Horizontes Pedagógicos, 1996. cap. 3, p.155-191.

VERGNAUD, Gerard. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en didactique des mathématiques**. Paris, 10, n.23, p.133-170, 1990.

ZUNINO, Délia Lerner. **A matemática na escola: aqui e agora**. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

APÊNDICE

APÊNDICE I

TERMO DE CONSENTIMENTO – Escola 1

Título do Projeto: “Existe uma relação entre o baixo desempenho apresentado por crianças da 3.^a e a não apropriação do Sistema de Numeração Decimal?”.

Senhor(a) Diretor(a):

O presente projeto pretende investigar a compreensão relativa ao Sistema de Numeração Decimal dos alunos de 3.^a série. A pesquisa será realizada em horário escolar combinado antecipadamente com os professores das turmas desta série. *Aos participantes da pesquisa é aberta a possibilidade de esclarecimento sobre sua metodologia antes e durante sua realização. A pesquisa não oferecerá riscos ou desconfortos aos entrevistados que terão plena liberdade de recusar ou retirar seu consentimento durante a pesquisa sem nenhum tipo de penalização. Esclarecemos que sua participação não implicará em qualquer forma de ressarcimento ou indenização. Os resultados da pesquisa serão divulgados em eventos e publicações científicas mantendo-se os nomes em absoluto sigilo. Por meio desta divulgação espera-se contribuir para um melhor entendimento e melhoria do sistema educacional público.*

Os resultados da pesquisa serão divulgados em eventos científicos mantendo-se os nomes dos sujeitos, dos professores e do colégio em absoluto sigilo.

Eu, _____, diretor da Escola Municipal “Carlos Zewe Coimbra”, após ter lido e entendido as informações e esclarecido todas as minhas dúvidas referentes a este estudo com a Prof.^a. Dr.^a. Geiva Carolina Calsa, CONCORDO VOLUNTARIAMENTE, em participar desta pesquisa.

_____ Data: ____/____/____

Assinatura do diretor

Eu, Prof.^a. Dr.^a. _____, declaro que forneci todas as informações referentes ao estudo, ao aluno e responsáveis.

Equipe do projeto de pesquisa

1- Nome: Geiva Carolina Calsa

Endereço: Rua Montevideú, 206, Maringá (44)3261-4127

2 – Nome: Déborah Cristina Málaga Barreto

Endereço: Rua Bernardo Sayão, 296, Londrina (43)30252197

Qualquer dúvida ou maiores esclarecimentos o professor poderá recorrer a qualquer um dos membros da equipe do projeto (44-3261-4127) ou ao Comitê Permanente de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da Universidade Estadual de Maringá – Bloco 035 – Câmpus Central – Telefone: (44) 3261-4444.

APÊNDICE II
TERMO DE CONSENTIMENTO – Escola 2

Título do Projeto: “Existe uma relação entre o baixo desempenho apresentado por crianças do 3.^a série e a não apropriação do Sistema de Numeração Decimal?”.

Senhor(a) Diretor(a):

O presente projeto pretende investigar a compreensão relativa ao Sistema de Numeração Decimal dos alunos de 3.^a série. A pesquisa será realizada em horário escolar combinado antecipadamente com os professores das turmas desta série. *Aos participantes da pesquisa é aberta a possibilidade de esclarecimento sobre sua metodologia antes e durante sua realização. A pesquisa não oferecerá riscos ou desconfortos aos entrevistados que terão plena liberdade de recusar ou retirar seu consentimento durante a pesquisa sem nenhum tipo de penalização. Esclarecemos que sua participação não implicará em qualquer forma de ressarcimento ou indenização. Os resultados da pesquisa serão divulgados em eventos e publicações científicas mantendo-se os nomes em absoluto sigilo. Por meio desta divulgação espera-se contribuir para um melhor entendimento e melhoria do sistema educacional público.*

Os resultados da pesquisa serão divulgados em eventos científicos mantendo-se os nomes dos sujeitos, dos professores e do colégio em absoluto sigilo.

Eu, _____, diretor da Escola Municipal “Norman Prochet”, após ter lido e entendido as informações e esclarecido todas as minhas dúvidas referentes a este estudo com a Prof^a. Dr^a. Geiva Carolina Calsa, CONCORDO VOLUNTARIAMENTE, em participar desta pesquisa.

_____ Data: ____/____/____

Assinatura do diretor

Eu, Prof^a. Dr^a. _____, declaro que forneci todas as informações referentes ao estudo, ao aluno e responsáveis.

Equipe do projeto de pesquisa

2- Nome: Geiva Carolina Calsa

Endereço: Rua Montevideú, 206, Maringá (44)3261-4127

2 – Nome: Déborah Cristina Málaga Barreto

Endereço: Rua Bernardo Sayão, 296, Londrina (43)30252197

Qualquer dúvida ou maiores esclarecimentos o professor poderá recorrer a qualquer um dos membros da equipe do projeto (44-3261-4127) ou ao Comitê Permanente de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da Universidade Estadual de Maringá – Bloco 035 – Câmpus Central – Telefone: (44) 3261-4444.

APÊNDICE III

Protocolo de Avaliação – Direcionamento da Entrevista

Solicitar à criança que registre:

1. Um número de dígito único.
2. Três números de dois dígitos.
3. Dois números de três dígitos.
4. Um número de quatro dígitos.
5. Números inteiros compostos por dezena, centena e unidade de milhar.

Propor a criança que:

1. Registre o maior número que conhece.
2. Compare quantidades que serão apresentadas por escrito, indicando qual a maior dentre elas e justificando (exemplo: 1100 e 999).
3. Escreva alguns números ditados pela avaliadora.
4. Compare quantidades apresentadas oralmente pela avaliadora indicando e justificando a escolha da maior quantidade (exemplo: 4135 e 5000).

APÊNDICE IV

Aluno: A E2

Situação de jogo Trunfo – Parte inicial da entrevista

Partes da entrevista investigativa.

Entrevistador	A E2
A., nós vamos jogar Supertrunfo, o que você sugere para decidir quem começa?	“Já quem pô”.
Então vamos lá. (Jogamos)	
Quem ganhou?	Você.
Por que eu ganhei?	Porque eu fiz tesoura e você fez papel.
E o que isso quer dizer?	Que tesoura corta o papel, é mais forte, ganha.
Você conhece as regras do jogo?	Eu jogo sempre com meus amigos.
(As carta já estavam distribuídas, começamos o jogo)	
Eu vou pedir “vida ao ar livre”.	Seis.
O meu é cinco. Quem ganhou?	Eu.
Por que?	Porque seis é mais que cinco.
E agora? Quem escolhe?	Eu, vou escolher “ano de surgimento”.
Quem ganhou?	Eu.
Por que?	Porque o meu é 1951 e o seu é 1300
Como você sabe que é maior?	Porque o meu tem o 9 e o seu tem o 3.
E o que isso significa? Explica para mim. Os dois começam com 1, como se sabe que um é maior que o outro?	O três, deixa eu ver (apontou para 1.300). Aqui tem o três. O nove e quantos mais pra cima? Não sei explicar.
Tenta!	Porque o mil novecentos é muito maior que o mil e trezentos.
Como você sabe que mil e novecentos é muito maior que o mil e trezentos?	Porque o nove é maior que o três. Do três para chegar no 9, deixa eu ver – contou nos dedos em ordem decrescente. Nove, oito, sete, ...Se perdeu na contagem – é onze.
Como você contou?	Deixa eu ver. O três pra chegar no nove tem onze mais para cima. Não é?
Vamos jogar outra vez. Quem ganhou?	Você.
Por que?	Porque 8 é maior que 5.
Agora eu vou escolher “vida ao ar livre”	Empatou, seis e seis.
E agora?	Deixa aqui do lado e a próxima decide que fica com tudo.
Eu vou escolher “ano de surgimento”.	
Que números são esses?	Mil novecentos e setenta e quatro e mil oitocentos e oitenta.
Quem ganhou?	Você.
Como você sabe?	Não, eu, mil novecentos e setenta e quatro e mil oitocentos e oitenta.
Explica por que?	Porque ó, mil novecentos e setenta e quatro e mil

	oitocentos e oitenta, porque o meu número é maior que o seu.
Mil novecentos e setenta e quatro e mil oitocentos e oitenta. Explica porque o seu é maior.	Porque se o seu fosse 1980, seria maior.
Como assim?	Se no lugar desse oito fosse nove, seria maior. O nove é maior que o oito.
...	...
Atividades escritas	
Agora eu vou ditar uns números para você fazer ai. Oito, catorze.	
Qual é o maior?	Catorze.
Como você sabe? O oito é um número alto não é?	É, só que o catorze é maior. Porque o catorze é muito maior.
Tenta explicar.	Porque é assim, o oito... Não sei explicar.
Faz agora o vinte e cinco. Entre o vinte e cinco e catorze, qual é maior?	Catorze, não, vinte e cinco.
Entre o vinte e cinco e o trinta e um. Qual é o maior?	Trinta e um.
Eu fui em uma escola e o menino disse. Que o vinte e cinco era maior porque se somarmos o dois e o cinco fica mais que se somarmos o três e o um. Você acha que ele está certo ou está enganado?	Eu acho que os números maiores são os maiores. Os números menor são os menor.
Como você sabe que trinta e um é maior que vinte e cinco?	Porque vai contando assim: 25, 26, 27, 28, 29, 30 e 31. O 31 é seis vezes maior que 25.
Seis vezes maior?	É, tem que voltar seis números para chegar no vinte e cinco.
Entendi. Agora olha esses números (escrevi 16 ao lado do 25).	
Que número é esse (16)?	Dezesseis
E esse (25)?	Vinte,.. Vinte e cinco.
Qual é o maior?	Vinte e cinco.
Por que ele é maior?	Olha, (foi contando,25, 24, 23, 22, 21, 20, 19, 18, 17, 16, 15, 14). Ó, 25 é 9 vezes maior que esse (apontando para o 16).
Aonde você olha no número para falar que ele é o maior?	É nove mais.
Que número é esse?	Cento e doze.
E esse?	Oitenta e nove.
Qual é o maior?	Esse (112).
Como você sabe que esse é maior? Se ele tem 1, 1 2 ?	Não to entendendo isso. Tem que somar os números?
Não estou falando que tem que somar. Estou dizendo que no cento e doze tem os dígitos um, um e dois.	O cento e doze é maior.
Como você sabe? Se esse (89) tem	Porque esse aqui (apontou para o 112) tem três

um 9 e um 8?	números. Esse (89) só tem dois.
Então quando tem três números é maior que quando tem dois? É assim que funciona?	É assim que eu faço na aula de matemática.
E agora lê pra mim.	Cento e oito e cento e nove.
Qual é o maior?	Cento e vinte e nove.
Como você sabe?	Porque um com mais oito vai dar nove, e aqui é um com mais dois e mais nove. E aqui é um com mais dois e mais nove vai dar onze.
Somar os números indica se é maior ou se é menor?	Indica.
Então entre cento e doze e oitenta e nove, eu posso dizer que o oitenta e nove é maior?	Não, esse é maior (apontando para o 112).
...	...
Qual é o maior oitocentos ou setecentos e cinquenta?	Oitocentos. Porque no oitocentos tem um oito e duas bolas (referindo-se ao zero). E se colocasse um oito no lugar do sete ia ficar maior, ó oitocentos e cinquenta.
Qual é o maior quatro mil cento e trinta e cinco ou cinco mil. Por que?	Cinco mil. Porque se colocasse um cinco no lugar do quatro ia ficar cinco mil cento e trinta e cinco.
Qual é o maior número que você acha que você conhece?	Noventa e nove mil. (registrou 99.000)
Esse é o maior?	Maior é o infinito. (fez o registro ∞) Eu vi no computador.
Como a gente faria o noventa e nove mil e cinco? Existe esse número?	Existe . (registrou 99.005)
E o noventa e nove mil e trinta?	Existe também. (registrou 99.030)
E o noventa e nove mil cento e vinte?	Não tem uma bolinha. (registrou 99.120)
Não tem o zero? Porque não tem?	Porque tem três zeros no noventa e nove mil e aqui não tem.